PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 19. 1. Oktober 1907. 8. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 20 am 30. September 1907.

INHALT.

Originalmitteilungen:

K. E. F. Schmidt, Über elektrische Schwingungen, welche durch eine Wasserstoffunkenstrecke erregt sind. S. 617.

K. E. F. Schmidt, Dämpfung in Sende- und Empfangssystemen für drahtlose Telegraphie. S. 619.

H. Barkhausen, Funkenwiderstand. S. 624.

B. Gáti, Einige Meßversuche der ankommenden Ströme bei der drahtlosen Telegraphie. S. 630.

J. Becquerel, Untersuchungen über die magneto-optischen Erscheinungen in Kristallen. S. 632.

K. W. F. Kohlrausch, Zur Erklärung der Unipolarität bei atmosphärischen Zerstreuungsmessungen. S. 656.

J. G. Davidson, Einige Wirkungen des ultravioletten Lichtes. S. 658.

W. Heald, Die Absorption von Wasserstoff seitens dünner Metallschichten. S. 659.

Besprechungen:

H. D. Taylor, Angewandte Optik. S. 662.

O. D. Chwolson, Lehrbuch der Physik (Französische Ausgabe). I 3. S. 663.

E. Gehrcke, Die Anwendung der Interferenzen in der Spektroskopie und Metrologie. S. 663.

R. Vater, Einführung in die Theorie und den Bau der neueren Wärmekraftmaschinen (Gasmaschinen). S. 663.

E. Glinzer, Kurzes Lehrbuch der Festigkeitslehre. S. 663.

F. Krauß, Die Thermodynamik der Dampfmaschinen. S. 663.

J. Kozák, Grundprobleme der Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate. I. S. 664.

F. R. Helmert, Die Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate. S. 664.

O. Hecker, Seismometrische Beobachtungen. S. 664.

— Beobachtungen an Horizontalpendeln über die Deformation des Erdkörpers. S. 664.

Berichtigung. S. 664.

Personalien. S. 664.

Gesuche. S. 664.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über elektrische Schwingungen, welche durch eine Wasserstoffunkenstrecke erregt sind.

Von K. E. F. Schmidt.

Bei Laboratoriumsversuchen über elektrische Schwingungen, welche durch etwa 2 mm lange, in Luft übergehende Funken erregt wurden, machte sich die Inkonstanz der Schwingungen nachteilig bemerkbar; es gelang nicht, nach Funkenunterbrechung am gleichen Tage oder gar an verschiedenen Tagen unter sonst gleichbleibenden Versuchsbedingungen die gleiche Intensität in der Schwingung wieder zu erhalten.[1])

Eine ganz wesentliche Verbesserung erhielt ich, als ich die Funken in einer Wasserstoffatmosphäre übergehen ließ; die so gewonnenen Schwingungen ergaben Meßkurven, welche, an verschiedenen Tagen aufgenommen, völlig ineinander fielen.

Es zeigte sich dabei, daß der Druck, unter dem das Gas stand, sehr konstant gehalten werden mußte; eine Änderung des Druckes von 30 auf 100 mm (Alkoholsäule) genügte, um die Intensität der Schwingung von 235,6 auf 251,6[2]) zu erhöhen.

Die guten im Laboratorium erhaltenen Resultate veranlaßten mich, Versuche im größeren Maßstabe auszuführen, um festzustellen, ob auch für die Schwingungen, welche ich in meiner Station für drahtlose Telegraphie untersuche, Verbesserungen für die Konstanz zu erhalten waren.

Die Messungen zeigten ein völlig negatives Resultat, der Funke in Wasserstoff ergab bezüglich der Konstanz keinerlei Vorteile gegenüber dem in Luft; und gab sowohl für den geschlossenen Flaschenkreis wie ganz besonders für den offenen Sender Resonanzkurven, aus denen eine erheblich höhere Dämpfung als für die Luftfunkenstrecke folgt. Die Empfangswirkungen waren ganz außerordentlich geschwächt und die Resonanzkurven zeigten auch hier starke Zunahme der Dämpfung an.

Die Funkenstrecke war eingeschlossen in einen Glaszylinder von 120 mm ⌀, dessen Boden und Deckel aus Messing bestand; der Boden hatte in der Mitte eine kreisförmige Verstärkung von 60 mm ⌀ — die eine Elektrode —, der Deckel ein zylindrisches Führungsrohr, in der gut abgedichtet ein unten eben abgeschlossenes Rohr — die zweite Elektrode — verstellbar war, um verschiedene Längen für den Funken einstellen zu können. Wegen der großen Explosionsgefahr muß die Kammer der Funkenstrecke vor jeder neuen Versuchsreihe gründlich durch einen kräftigen Wasserstoffstrom von Luftresten gereinigt werden.

Die Messungsergebnisse auf der Sendestation sind durch die Fig. 1 u. 2 dargestellt[1]); Fig. 1 gibt für den geschlossenen Flaschenkreis ($C = 14000$ cm ca. $L = 4700$ cm) die Dämpfungskurven für die Wasserstoffunkenstrecke von 5 mm und die Vergleichskurven für den ein-

1) Siehe diese Zeitschr. **8**, 604, 1907.

2) Die Intensität gemessen durch die Galvanometerausschläge in einer Barretter-Kombination.

1) Als Indikator diente in der Sendestation ein Thermoelement im Vakuum; in der Empfangsstation ein Barretter mittlerer Empfindlichkeit.

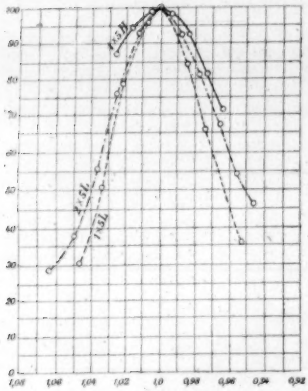

Fig. 1. Dämpfungskurve für Luft- und Wasserstoffunken im geschlossenen Kreis, H = Wasserstoff, L = Luft.

fachen (1×5) und doppelten (2×5 mm) Luftfunken. Fig. 2 gibt die Dämpfungskurven für den Sender für 1×5 und 1×10 mm Funkenlänge in Wasserstoff und die analogen Kurven für die Luftfunkenstrecke; der Sender bestand aus einer ebenen Vertikalharfe aus 10 Drähten

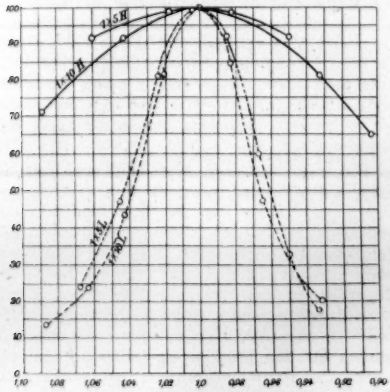

Fig. 2. Dämpfungskurve für Luft- und Wasserstoffunken im offenen Sender.

von 20 m Länge und je 1 m Abstand und einer gleichgestalteten Horizontalharfe (Gegenharfe) in 5 m Erhebung vom Erdboden.

Aus diesen Kurven[1]) ergibt sich ohne weiteres die stärkere Dämpfung der Schwingung beim Übergang des Funkens im Wasserstoff gegenüber dem in Luft erfolgenden; im geschlossenen Kreis ergeben sich die logarithmischen Dekremente der Schwingung annäherungsweise zu 0,5 bei Wasserstoff und 0,3 bei Luft, während die gleichen Werte bei dem Sender über 0,9 bezw. 0,3 betragen.

Mit zunehmender Länge des Funkens nehmen die Dekremente bei Wasserstoff merklich, bei Luft nur wenig ab.

Die Messung der Empfangswirkung ergab auf einer 350 m entfernt liegenden Station für die Funkenlänge

5 mm bei Luft φ ca. 770 sc, bei Wasserstoff 80 sc,
10 mm „ „ 500 sc, „ „ 105 sc.[1])

Ein Maß für die Güte der Übertragung (Strahlungsenergie der Schwingung) bildet der schon früher von mir benutzte[2]) Koeffizient $\eta' = \frac{\varphi_e}{\varphi_s}$, für den ermittelt wurde:

Funkenlänge	η'	
	Luft	Wasserstoff
1×5 mm	11,3	2,5
1×10 mm[2])	7,35	2,5

Die Wasserstoffunkenstrecke ergibt somit Schwingungen von erheblich geringerer Wirkung und wesentlich erhöhter Dämpfung als der Luftfunken.

Daß die Form der Funkenstrecke — die bei Verwendung des Wasserstoffs wesentlich von den sonst benutzten abweicht — keinen Einfluß hat, wurde durch einen besonderen Vergleichsversuch nachgewiesen. Es ergab sich in Luft $\eta' = 3{,}75$ für die neue und 3,71 für die bisher benutzte Form. Wurde der Luftdruck um 1—2 Atmosphären erhöht, so fiel η' auf 3,07.

Die Dämpfungskurven zeigen eine geringe Zunahme der Dämpfung beim Übergang von der älteren Form zur neueren unter Atmosphärendruck, und ferner eine Zunahme bei der neuen Form, wenn der Druck um 1—2 Atmosphären erhöht wurde.

Ich behalte mir vor, die Untersuchungen auf andere Gase auszudehnen, um eine befriedigende Deutung dieses eigenartigen Verhaltens geben zu können.

1) Als Abszissen sind bei diesen Dämpfungskurven die Werte $n = n_R\ (1 \pm \varepsilon)$ aufgetragen, wo n_R die Frequenz bei Resonanz (in 2 π-Sekunden), n die um den Betrag $\pm\,\varepsilon$ davon abweichende des Meßkreises bedeutet. Die Ordinaten sind reduzierte Galvanometerausschläge $\varphi_R = 100$ gesetzt.

1) Die geringeren Beträge sind durch Senken des Luftleiters um 4—5 m hervorgerufen.

2) K. E. F. Schmidt, diese Zeitschr. **8**, 6, 1907. — φ_e Galvanometerausschlag im Empfangssystem, φ_s im Sender.

Halle a/S.-Cröllwitz, Physikal. Versuchsstation, Juli 1907.

(Eingegangen 1. August 1907.)

Dämpfung in Sende- und Empfangssystemen für drahtlose Telegraphie.

Von K. E. F. Schmidt.

Die von einem Sender für drahtlose Telegraphie ausgehenden Wellen sind infolge verschiedener Vorgänge gedämpft. Von diesen sind besonders die durch atmosphärische Elektrizität beeinflußten Vorgänge Veränderungen unterworfen, deren Studium von großem Interesse ist.

Für eine erfolgreiche Bearbeitung der auftretenden Fragen ist es notwendig, die Sende- und Empfangssysteme so einzurichten, daß die mit der Hervorrufung der Schwingung in dem Sendesystem und mit der Meßeinrichtung im Empfangssystem notwendig verknüpfte Dämpfung ihr kleinstes Maß erreicht.

Die folgende Arbeit beschäftigt sich mit der Untersuchung der Dämpfung in verschieden angeordneten Systemen.

Sendeeinrichtungen.

1. Das Sendesystem bestand aus einer ebenen Vertikalharfe gebildet aus 10 Drähten (Phosphorbronzelitze 2 mm ⌀) mit einem gegenseitigen Abstand von je 1 m und einer Länge = 20 m. Die Harfe war über eine auf Micanitzylinder montierte Spule an eine künstliche Erde angeschlossen. Die Eigenwelle des Systems betrug 306,5 m; angeregt wurde die Schwingung in reiner Marconischaltung durch einen Doppelfunken von je 8 mm Länge.

Mit Hilfe eines Dönitz-Wellenmessers und eines Vakuumthermoelementes in Verbindung mit einem Spiegelgalvanometer (Deprez d'Arsonval $^{200}/_{30}$ Ω Siemens & Halske) wurde in bekannter Weise die Resonanzkurve ermittelt.[1] Das Meßresultat gibt Kurve *a* Fig. 1, aus der ein log. Dekrement Λ = ca. 1 folgt. Wesentlich kleiner fiel das Dekrement aus, als ich die Vertikalharfe statt mit der Erde[2] mit einer Gegenharfe gleicher Gestalt verband. Die Gegenharfe war 5 m über dem Erdboden angebracht und vorzüglich gegen die Abspannseile und die Maste isoliert. Auf die Güte der Isolation ist für exakte Messungen besonderer Wert zu legen. Unter sonst gleichen Bedingungen wurde nun Kurve *b*, Fig. 1, gewonnen, aus der das wesentlich kleinere log. Dekrement Λ = 0,19 folgt.

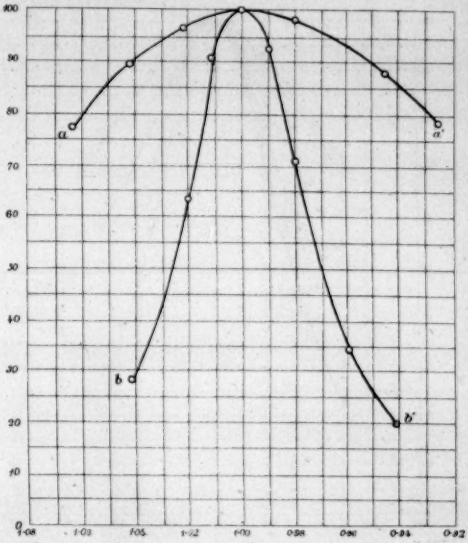

Fig. 1. Dämpfungskurve für Harfensender. *a* geerdet, *b* mit Gegenharfe.

Für Dämpfungsmessungen sind also nur Sendesysteme mit Gegenkapazität (Symmetriedraht) zu verwenden.

2. Einfluß der Funkenstrecke. Von merklichem Einfluß auf die Dämpfung ist die Länge der Funkenstrecke, wie nach den ausführlichen Messungen Rempps[1] über den Funkenwiderstand für geschlossene Schwingungskreise zu erwarten war. Die Dämpfungswerte zeigen aber hier einen wesentlich andern Verlauf; während Rempp fand, daß die kleinste Dämpfung für die Funkenlänge 4 bis 5 mm eintritt, ergaben die auf meiner Sendestation an dem offenen Sender am 16. und 17. Juni 1907 ausgeführten Messungen das in Fig. 2 dargestellte Resultat; daraus und aus dem am 4. und 8. August 1907 ausgeführten Messungen berechnet sich:

Funkenlänge	log. Dekrement		
2 × 3 mm	—	0,35	0,47
2 × 4 „	0,5	—	0,36
2 × 5 „	0,32	0,27	0,34
2 × 6 „	0,26	—	0,26
2 × 7 „	—	0,25	0,25
2 × 8 „	0,21	—	—
	am 16. bis 17. Juni 1907	am 4. August 1907	am 8. August 1907

1) s. K. E. F. Schmidt, diese Zeitschr. **7**, 663, 1906.

2) Die Erde bestand aus 2 Zylindern von 40 cm Höhe und 1 m Durchmesser aus Gaze von *Cu*-Draht (4 mm Durchmesser) in Kokspackung, 1 m tief in die Erde gesenkt. Es wurde auch die Dämpfung der Schwingung untersucht, wenn nur 1 Zylinder angeschlossen war; es fand sich ein größerer Λ-Wert. Dagegen ergab der an beide Zylinder angeschlossene Sender den gleichen Wert für die Dämpfung wie beim Anschluß an 25 qm Gaze aus Eisendraht, welche direkt auf den Erdboden verlegt war. Als sehr wesentlich erwies sich auch die Form des Senders, die ebene Harfe ergab merklich größere Dämpfungswerte als eine Antenne von 44 m *Cu*-Litze und diese wieder einen größeren Wert als eine 24 m lange Antenne.

1) Ann. d. Phys. **17**, 643, 1905.

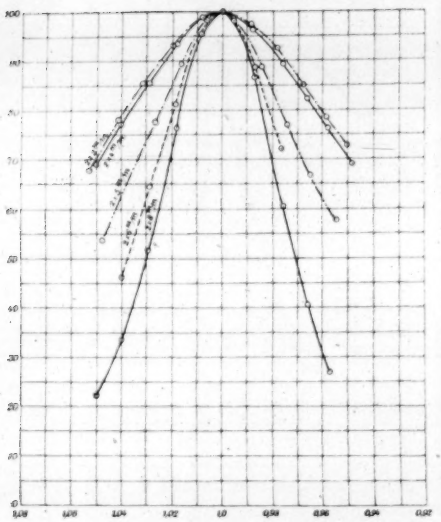

Fig. 2. Einfluß der Funkenstrecke auf die Dämpfung (Marconi-Schaltung).

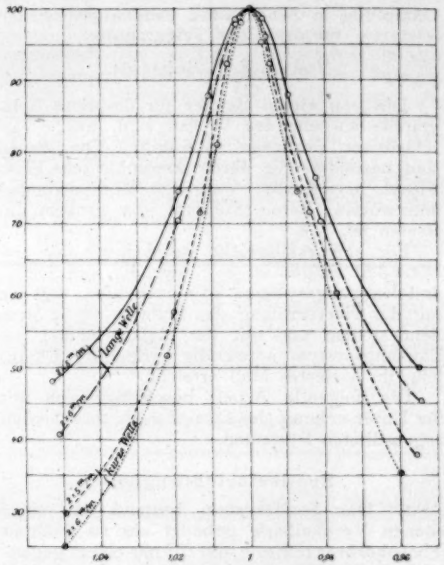

Fig. 3. Dämpfungskurven eines gekoppelten Senders.

Die Messungen an verschiedenen Tagen zeigen recht merkliche Abweichungen, welche immer wieder auftraten; es ließ sich bisher noch nicht eindeutig ermitteln, ob der Zustand der Atmosphäre, der naturgemäß den Funken und die Umgebung der Harfe beeinflußt, allein für diese Abweichungen verantwortlich zu machen ist; es werden darüber noch weitere Beobachtungen gemacht.

Übereinstimmend zeigen sämtliche ausgeführte Beobachtungsreihen, daß die Dämpfung im offenen Sender mit Zunahme der Funkenlänge abnimmt.[1])

3. Die Kapazität des Harfensenders betrug ca. 300 cm (statisch). Die Messung der Dämpfung an dem gleichen Sender, welcher in fester galvanischer Kopplung (51 Proz.) mit einem Flaschenkreis von etwa 13000 cm Kapazität verbunden war (Braun-Schaltung), ergab die in Fig. 3 dargestellten Kurven für die kurze und lange Welle und eine Funkenlänge von 2×5 und 2×6 mm. Aus diesen Kurven berechnet sich

	2×5 mm	2×6 mm
für die kurze Welle	$\Delta = 0{,}13$	$\Delta = 0{,}11$
„ „ lange „	$= 0{,}19$	$= 0{,}16$

Die Δ-Werte für den gekoppelten Sender sind also mehr als um die Hälfte kleiner als für den Sender in reiner Marconi-Schaltung; auch hier ist die Dämpfung für den 2×6 mm Funken merklich kleiner als für 2×5 mm.

Daß übrigens auch hier der Zustand der Atmosphäre (Ionisation der Luft?) einen merklichen Einfluß auf Δ ausübt, zeigt folgende Zusammenstellung der an dem gleichen gekoppelten Sender ermittelten Δ-Werte für verschiedene Tage.

Datum	Δ-Werte für die kurze Welle $\lambda = 393$ m	Δ-Werte für die lange Welle $\lambda = 690$ m
27. Mai 1907	0,152	0,236
29. Mai 1907	0,161	0,223
29. Mai 1907	0,165	0,213
30. Mai 1907	0,157	0,211
31. Mai 1907	0,175	0,234
1. Juni 1907	0,165	—
1. Juni 1907	0,182	—
7. Juni 1907	0,190	—
8. Juni 1907	0,189	—
10. Juni 1907	0,202	—
12. Juni 1907	0,188	—

1) In einer eben erschienenen Arbeit von v. Traubenberg und Hahnemann (diese Zeitschr. **8**, 498, 1907) wird gezeigt, daß auch für den geschlossenen Flaschenkreis eine ständige Abnahme von Δ mit zunehmender Funkenlänge gefunden wird, wenn man die in den Flaschen auftretende Dämpfung berücksichtigt und in Abzug bringt, was Rempp nicht getan hat. Es befinden sich also meine Resultate mit denen der zitierten Arbeit der beiden genannten Herren in Übereinstimmung.

Es ist übrigens sehr wahrscheinlich, daß bei wesentlich längeren Funken als sie für meine Untersuchung verwendet wurden, auch beim offenen Sender eine Zunahme von Δ auftreten wird, sobald nämlich merkliche Glimmentladungen von der Harfe in die Atmosphäre übergehen. Diese sind bei den bisherigen Versuchen noch nicht merklich geworden (vergl. dazu Eickhoff, diese Zeitschr. **8**, 564, 1907).

Die Unterschiede betragen demnach bis zu 25 Proz. an verschiedenen Tagen.

Auch am gleichen Tage kann innerhalb ganz kurzer Zeit eine merkliche Änderung im Λ-Werte beobachtet werden. So fand sich am 2. Juni 1907 um 11 Uhr bis 11 Uhr 35 Min. üh der Wert $\Lambda = 0{,}164$, um 11 Uhr 45 Min. bis 12 Uhr 10 Min. der Wert $\Lambda = 0{,}142$. Die gleichzeitig in einer 8 km entfernten Empfangsstation (E.St. II) aufgenommenen Empfangswirkungen ergaben für

$$\eta' = \frac{\text{Galvanometerausschlag in E.St. II}}{\text{Galvanometerausschlag in S.St.}}$$

11 Uhr bis 11 Uhr 35 Min. $\eta' = 0{,}61$,
11 Uhr 45 Min. bis 12 Uhr 10 Min. $\eta' = 0{,}71$.
Während der Zeit des ersten Beobachtungssatzes war der Himmel ganz bedeckt und es herrschte eine drückende Schwüle; durch einen heftig einsetzenden Wind klärte es sich in außerordentlich kurzer Zeit auf und die Luft zeigte wesentlich anderes Verhalten; dementsprechend auch die etwa 13 Proz. Abnahme des Wertes von Λ in der Sendestation und etwa 17 Proz. Zunahme von η' in der Empfangsstation.

Über das Resultat der nach dieser Richtung hin weiter geführten Untersuchungen gedenke ich später ausführlich zu berichten.

Empfangssysteme.

4. Zum Studium der Dämpfungsvorgänge im Empfänger wurden auf der ca. 360 m vom Sender entfernten Empfangsstation (E.St.I.) eine Reihe Versuche ausgeführt.

Ein 18 m langer Luftleiter aus Phosphorbronzelitze (Durchmesser 2 mm — oberes Ende 16 m über Erde) war über eine Abstimmspule und den Barretter (mittlere Empfindlichkeit) zunächst geerdet (Versuch I), später über eine zweite Spule gleicher Induktanz an einen 18 m langen Horizontaldraht (Vers. II) angeschlossen; einmal war dieser in 180°-Lage (IIa), dann in 0°-Lage (IIb) ausgespannt. Endlich wurde der Horizontaldraht in 180°- und 0°-Lage[1]) über eine Abstimmspule und den Barretter geerdet (Vers. IIIa und IIIb).

In sämtlichen Schaltungen wurden die Resonanzkurven ermittelt, das Resultat gibt Fig. 4. Darnach zeigen die geerdeten Systeme I und III unter sich gleichgroße, aber eine merklich größere Dämpfung als die Systeme mit Horizontaldraht System II. Bei diesen ist die Dämpfung in der 0°-Lage des Drahtes (IIa) wesentlich größer als in der 180°-Lage des Drahtes (IIb).

Für Untersuchungen über die Dämpfung der elektrischen Wellen müssen

1) 0°-Lage: Horizontaldraht von dem Sender abgewandt, 180°-Lage dem Sender zugekehrt.

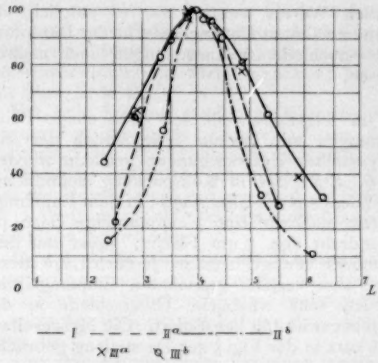

Fig. 4. Resonanzkurven verschieden geschalteter Empfänger.

also Systeme mit Gegenkapazität verwendet werden, welche, horizontal verlegt, einander zugekehrt werden.

5. Bildet man den Quotienten

$$\eta' = \frac{\text{Galvanometerausschlag in E.St.I.}}{\text{Galvanometerausschlag in S.St.}},$$

so findet man

Vertikaldraht (in E.St.I.) geerdet	$\eta' = 2{,}84$	
Vertikaldraht mit Horizontaldraht in 180°-Lage	$= 2{,}3$	
Vertikaldraht mit Horizontaldraht in 0°-Lage	$= 0{,}8$	
Horizontaldraht geerdet in 0°-Lage	$= 0{,}79$	Marconi-Wirkung[1])
Horizontaldraht geerdet in 180°-Lage	$= 0{,}24$	

Trotz der erheblich höheren Dämpfung zeigt also das geerdete System die größte Empfangswirkung.[2])

Wie beschrieben, liegt der Barretter bei allen Versuchsanordnungen direkt im Empfangssystem. Durch den hohen Widerstand des Barretters ca. 70 Ω erhält das Empfangssystem eine entsprechende Eigendämpfung, die allerdings bei diesen Versuchen durch den beträchtlichen Wert des Selbstinduktionskoeffizienten der eingeschalteten Abstimmspule in mäßigen Grenzen gehalten wird. In unserm Falle berechnet sich

$$\delta = \frac{w}{2L} = \frac{70 \times 10^9}{2 \times 30 \times 10^5} = 1{,}17 \times 10^5,$$

somit $\Lambda =$ ca. 0,12. Infolge dieses nicht sehr

1) Als Marconi-Wirkung bezeichne ich der Kürze halber die Empfangswirkungen in horizontal gespannten Antennen, welche Marconi zuerst in ihrem eigentümlichen Verhalten untersuchte.

2) Gleiches Verhalten zeigen geerdete Sendesysteme; s. K. E. F. Schmidt, diese Zeitschr. **8**, 10, 1907.

großen Wertes von A war es möglich, die oben erwähnten Unterschiede in der Dämpfung der verschiedenen Anordnungen noch nachzuweisen.

Im folgenden teile ich noch einige Beobachtungen mit, welche gelegentlich der hier dargestellten Untersuchungen gemacht wurden.

6. Statt des in Kokspackung befindlichen Zylinders aus *Cu*-Gaze wurde in dem Empfangssystem als Erde eine 5 cm-maschige Gaze aus Eisendraht von 5 qm Fläche, direkt auf dem Erdboden verlegt, benutzt. Je nach Lage dieser Gaze zum vertikal gespannten Empfangsdraht wurden sehr erhebliche Unterschiede in der Empfangswirkung konstatiert. Die Meßresultate sind kurz in der Fig. 5 zur Darstellung gebracht.

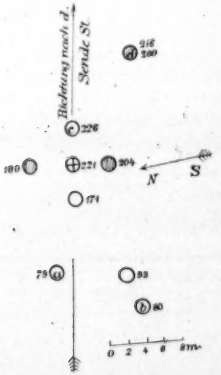

Fig. 5. Einfluß der Zuleitung zur Erde auf die Empfangswirkung.

Die Mittelpunkte der Kreise bezeichnen die Lage der Gazemitte, an der mit einem Kreuz versehenen Stelle befand sich der vertikale Luftleiter. Die nebengeschriebenen Zahlen geben die aus den Resonanzkurven entnommenen Maximalausschläge am Galvanometer für die bezeichnete Lage der Gaze. Man erkennt aus der Figur ohne weiteres die starke Abnahme der Wirkung in den Lagen, wo die Gazeerde sich hinter dem vertikalen Luftleiter befindet, und die wesentliche Zunahme, sobald die Gaze vor dem Empfangsdraht liegt. Fig. 6 veranschaulicht die zu den Lagen a, b, c gehörenden Resonanzkurven; durch die mit $\vee$ bezeichneten Punkte ist der Verlauf der Kurve bei Anschluß des Luftleiters an die in Kokspackung befindliche *Cu*-Erde angedeutet.

Die größte Dämpfung für die Schwingung findet sich somit im Empfangssystem, wenn es in a, die kleinste, wenn es an die in c befindliche Gazeerde angeschlossen ist.

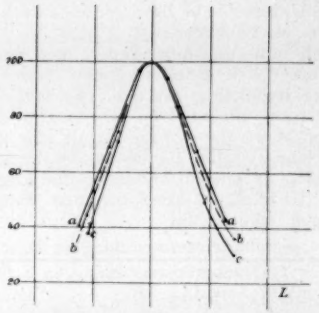

Fig. 6. Resonanzkurven für verschiedene Lagen der Zuleitung.

Die Meßresultate sind durch Marconi-Wirkung in den Zuleitungen zur Gazeerde zu erklären; die Empfangswirkung des Vertikaldrahtes wird verstärkt, wenn die Gaze der Sendestation genähert, geschwächt, wenn die Gaze von der Sendestation entfernt wird.

Ein besonderer Versuch ergab die Richtigkeit der Erklärung durch Marconi-Wirkung direkt. Die Gazeerde wurde in südöstlicher Richtung gegen die Sendestation um ca. 14 m vorgeschoben. Die maximale Wirkung betrug 216 Skalenteile, wenn die Zuleitung nahe dem Erdboden lag; wurde die Zuleitung um ca. 2 m gehoben, so stieg die Wirkung auf 260. Nach meinen früher mitgeteilten Beobachtungen [1]) steigt die Marconi-Wirkung bei Hebung des Drahtes; der Versuch bestätigt also die gemachte Annahme.

Die Marconi-Wirkung, welche in horizontalen Antennen auftritt, läßt sich, wie ich früher zeigte, mit Hilfe der Hertzschen Linien der elektrischen Kraft in ihren Grundzügen erklären. Es läßt sich auf Grund dieser Anschauung auch das hier beschriebene Verhalten deuten.

Aus dem Kraftlinienbild von Hertz läßt sich folgendes entnehmen: die Wirkung des vertikalen Kraftvektors ist stärker und länger andauernd als die des horizontalen Kraftanteils; denn die Dichte des vertikal verlaufenden Teils ist größer als die des horizontal laufenden und die Zeit der Wirkung ist für den erstern erheblich größer — fast die halbe Schwingungszeit $= \frac{T}{2}$ — als für den zweiten — etwa nur $\frac{T}{20}$ [2]).

Wenn nun der in Fig. 7 gezeichnete Linienzug elektrischer Kräfte mit seinem durch a bezeichneten Teil an den Vertikalleiter tritt, erregt

1) K. E. F. Schmidt, diese Zeitschr. **7**, 661—663, 1906.

2) Der vertikale Anteil wirkt etwa über die Zeit, welche die Kraftlinien brauchen, um sich um die Strecke ab fortzubewegen; der horizontale nur über die Zeit, welche die Fortbewegung um bc verlangt.

Fig. 7. Linien der elektrischen Kraft nach H. Hertz.

er eine von oben nach unten gerichtete und dem Horizontaldraht zulaufende Schwingung.

In dem Horizontaldraht werden elektromotorische Kräfte von den horizontalen Teilen der Kraftlinien angeregt; diese setzen mit einer Phasendifferenz gegen die vertikalen ein. Da unser Draht 18 m, die Welle ca. 300 m lang war, so beträgt die Phasendifferenz höchstens $0{,}06 \times 2\pi$ und braucht daher nicht berücksichtigt zu werden.

Ist nun der horizontale Leiter dem Sender zugekehrt (180°-Lage) (Fig. 8a), so wird die in ihm angeregte Schwingung im gleichen Sinne wie die im Vertikaldraht hervorgerufene ablaufen; dagegen im entgegengesetzten bei der 0°-Lage. Fassen wir nämlich den Moment ins Auge, wo der mit *b* bezeichnete Teil des Feldes (Fig. 7) an den Vertikaldraht tritt, so

Fig. 8a. Verlauf der Schwingung im vertikalen und horizontalen Leiter.

beginnt die durch den vertikalen Teil der Linien angeregte Schwingung, ihre Richtung umzukehren, d. h. im Sinne des mit *v* bezeichneten Pfeils zu laufen; gleichzeitig wird in dem horizontalen Draht eine Schwingung in der Richtung des Pfeiles *h* angeregt, welche also die erstere verstärken wird. Steht aber der Horizontaldraht in 0°-Lage (Fig. 8b), so ist der *h*-

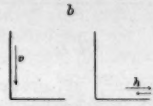

Fig. 8b.

Pfeil dem *v*-Pfeil entgegengestellt, die beiden Schwingungen arbeiten also einander entgegen.

7. Auf Marconi-Wirkung ist auch folgende Erscheinung zurückzuführen. Der vertikale Empfangsdraht endete oben in einem Rahmen von 4 m Breite und 1 m Höhe, die obere und untere Seite bestand aus Aluminiumrohr, beide waren durch 5 *Cu*-Stäbe verbunden. Über zwei Abstimmspulen, welche zwischen sich den Barretter einschlossen, war ein Horizontaldraht in 0°-Lage angeschaltet. Die Mitte des Rahmens befand sich zuerst 3 m über dem Erdboden und wurde Meter für Meter gehoben, bis sie 8 m über Erde lag.

Für jede Stellung wurde mit Hilfe der Resonanzkurve der größte Ausschlag am Galvanometer des Barretterkreises ermittelt und das Resultat graphisch aufgezeichnet. Fig. 9 gibt die Kurve, als Abszissen sind die Höhen der Rahmenmitte, als Ordinaten die Maximalausschläge eingezeichnet.

In 5 m Höhe war also die Wirkung auf 0 gesunken; sie stieg mit Senkung und Hebung des Rahmens. Erdete ich den Empfangsdraht, so nahm die Wirkung mit Hebung des Rahmens stetig zu.

Um das eigentümliche Verhalten weiter zu studieren, wurden die Wirkungen des geerdeten Vertikalleiters und des geerdeten Horizontaldrahtes für sich untersucht. Die mit *R* und *H* in Fig. 9 bezeichneten Resonanzkurven

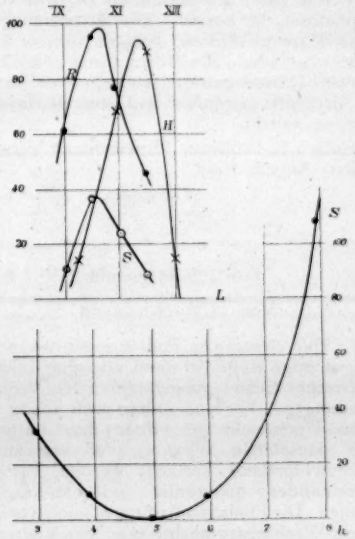

Fig. 9. Differenzwirkungen in einem Empfangssystem mit Gegendraht.

geben das Resultat der Messung; die Wirkungen der beiden Systeme im Resonanzpunkt waren demnach fast gleich. Dann wurde der Vertikalleiter in der oben beschriebenen Anordnung mit dem Horizontaldraht verbunden und wieder eine Resonanzkurve aufgenommen; diese ist durch die Kurve *S* der Figur dargestellt. Die Wirkung war wesentlich kleiner

geworden; dies erklärt sich leicht im Anschluß des oben Dargelegten als Differenzwirkung der Schwingungen in dem vertikal und horizontal geführten Draht. In den tiefen Stellungen des Rahmens überwiegt die Wirkung der Schwingung in dem horizontalen Leiter, in den höheren die Wirkung in dem vertikalen Leiter; in den mittleren Stellungen (bei unserm Versuch ca. 5 m) heben sich beide Wirkungen fast auf.

Zusammenfassung.

1. Es werden Schaltungen für Sende- und Empfangssysteme der drahtlosen Telegraphie beschrieben, welche der Schwingung möglichst kleine Dämpfung erteilen.

2. Es werden Meßresultate mitgeteilt, durch welche der starke Einfluß, den die Atmosphäre auf die Ausbreitung der elektrischen Wellen ausübt, nachgewiesen wird.

3. Es wird gezeigt, daß die Empfangswirkung für geerdete Systeme am größten ist.

4. Es wird gezeigt, welchen Einfluß die Lage des zur Erde führenden Drahtes auf die Empfangsstärke besitzt. Die Erscheinung wird durch Marconi-Wirkung erklärt.

5. Es wird ein Versuch dargestellt, bei dem eine Differenzwirkung zwischen der Schwingung in einer vertikalen und einer horizontalen Antenne auftritt.

Halle a. S.-Cröllwitz, Physikalische Versuchsstation, August 1907.

(Eingegangen 31. August 1907.)

Funkenwiderstand.

Von H. Barkhausen

1. Der elektrische Funke spielt bekanntlich eine wichtige Rolle bei der Erzeugung schneller elektrischer Schwingungen durch Kondensatorentladungen. Es sind daher auch schon zahlreiche Untersuchungen über ihn, besonders seine dämpfende Wirkung, den sogenannten Funkenwiderstand gemacht worden, die aber untereinander quantitativ schlecht übereinstimmen. Die Funkenentladung ist nichts anderes als ein Wechselstromlichtbogen besonderer Art und es soll im folgenden gezeigt werden, wie man durch diese Auffassung unter Benutzung der bekannten Erscheinungen beim Lichtbogen zu einer einfachen Theorie der Funkenentladungen geführt wird.

I. Theorie.

2. Es ist bekannt, daß die statische Charakteristik, die Beziehung zwischen der Spannung e und der Stromstärke i im Lichtbogen

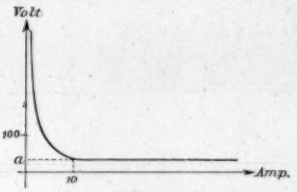

Fig. 1.

bei Gleichstrom, eine wie in Fig. 1 gezeichnete Form hat. Die bei kleinem Strom sehr hohe Spannung nimmt mit wachsendem Strome erst schnell, dann langsamer ab und ist von etwa 10 Amp. an so gut wie konstant. Es gilt nahezu die Formel $e = a + \frac{b}{i}$, wobei für größeres i das Glied $\frac{b}{i}$ gegen a nicht mehr in Betracht kommt. Die konstante Spannung a hängt nur noch von dem Elektrodenmaterial und der Bogenlänge l ab. Letztere Abhängigkeit läßt sich durch $a = \alpha + \beta l$ darstellen.

3. Beim Wechselstromlichtbogen ändert sich die in jeder Periode durchlaufene Charakteristik gegen die obige im wesentlichen derart, daß die Spannung bei kleinem Strome, die sogenannte Zündspannung, herabsinkt und zwar um so mehr, je heißer die Elektroden und die Gasstrecke noch von der vorhergehenden Periode her sind.[1]) Sie liegt dem-

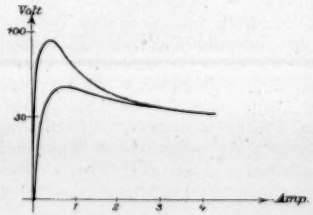

Fig. 2.

nach um so tiefer, je größer die mittlere Stromstärke und je schneller die Wechselzahl ist, je langsamer die Wärme durch die Elektroden und das Gas abgeleitet wird, je kleiner die Bogenlänge ist.

Bei Kohleelektroden hört bei einer Bogenlänge von 3 mm und einem Wechselstrom von maximal 6 Amp. und 50 Perioden das Ansteigen der Spannung beim Zünden fast ganz auf, wie die Charakteristik Fig. 3 zeigt, die

1) H. Th. Simon, diese Zeitschr. **6**, 297, 1905.

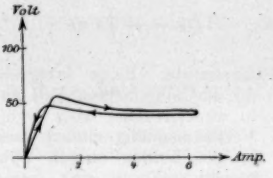

Fig. 3.

einer Arbeit von Simon[1]) entnommen ist. Bei Metallelektroden ist die Wärmeableitung bedeutend größer, so daß bei den obigen Bedingungen die Zündspannung in jeder Periode nahezu das statische Entladungspotential erreicht. Ausführliche, von mir mit der Braunschen Röhre angestellte Versuche über den selbsttönenden Lichtbogen zeigen, daß sich ein Metallichtbogen in Wasserstoff bei 500000 Perioden fast genau so verhält, wie ein Kohlelichtbogen in Luft bei 50 Perioden. Ein Metallichtbogen in Luft würde schon bei niedrigeren Perioden dem Kohlelichtbogen äquivalent sein.

4. Eine Funkenentladung ist aber nichts anderes als ein Wechselstromlichtbogen von hoher Periodenzahl. Die maximale Stromstärke ist meist sehr groß, oft über 1000 Amp. In diesem Falle würde der Zündungsvorgang, die Spannung beim Anwachsen des Stromes von 0 bis etwa 2 Amp. überhaupt nicht in Betracht kommen. Aus den obigen Betrachtungen folgt aber, daß auch bei kleineren Strömen, wenn sie nur größer als etwa 6 Amp. sind, die Spannung am Funken während einer Oszillation nahezu konstant bleiben muß. Es ist noch zu beachten, daß man es im Funken mit einer gedämpften Schwingung zu tun hat, daß der Strom also stets zuletzt bis auf den Wert 0 abnimmt. Bei sehr starken Strömen wird es wieder auf den Rest der Entladung nicht ankommen. Bei schwächeren Strömen, die zu Anfang schon unter 10 Amp. liegen, wird am Schluß der Entladung die Funkenspannung steigen, um so mehr, je länger die Entladung andauert, d. h. je weniger sie gedämpft ist. Wenn daher im folgenden eine Theorie der Funkenentladung für eine konstante, von der Stärke des Stromes unabhängige Spannung a an der Funkenstrecke[2]) gegeben wird, so gilt sie nur für solche Entladungen, bei denen die maximale Stromstärke nicht unter etwa 20 Amp. liegt.

1) H. Th. Simon, l. c.

2) Eine ähnliche Annahme haben kürzlich Traubenberg und Hahnemann (diese Zeitschr. **8**, 504, 1907) ausgesprochen. Ohne eine exakte Ableitung gelangen sie zu vielen ähnlichen Folgerungen.

5. Die Gleichungen, denen der Strom i und die Kapazitätsspannung E genügen müssen, lauten

$$L\frac{di}{dt}+iW=E-a;\quad i=C\frac{dE}{dt}.$$

Es werde vorausgesetzt, daß man W^2 gegen $4\frac{L}{C}$ vernachlässigen kann, d. h. daß die Thomsonsche Formel $T=\pi\sqrt{LC}$ eine genügende Annäherung für die halbe Schwingungsdauer T ergibt. Solange a konstant bleibt, ist die Lösung

$$i=\mathfrak{J}e^{-\frac{W}{2L}t}\sin\frac{\pi t}{T};$$

$$(E-a)=(V-a)e^{-\frac{W}{2L}t}\cos\frac{\pi t}{T};$$

$$\mathfrak{J}=(V-a)\sqrt{\frac{C}{L}}.$$

V ist das Entladungspotential, d. h. die Spannung E für die Zeit $t=0$. Die Spannung E führt eine gedämpfte Sinusschwingung um die Mittellage $E=a$ aus.

Es werde zunächst der Fall betrachtet, daß der Funke die wesentliche Dämpfung ausmacht, so daß $W=0$ gesetzt werden kann. Dann ist während der ersten Schwingung (Fig. 4)

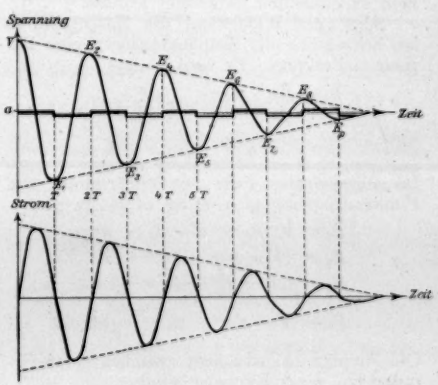

Fig. 4.

$$(E-a)=(V-a)\cos\frac{\pi t}{T}.$$

Am Ende, zur Zeit $t=T$ ist

$$(E_1-a)=-(V-a)$$

also

$$E_1=-(V-2a).$$

In diesem Augenblick ändert der Strom seine Richtung, so daß am Funken die Spannung $-a$ herrscht. Die folgende Sinusschwingung

von E hat daher $E = -a$ zur Mittellage, ihre Anfangsamplitude ist daher $E_1 + a$.

Für die Zeit T bis $2T$ gilt daher die Gleichung

$$(E + a) = (E_1 + a)\cos\frac{\pi t}{T} = -(V - 3a)\cos\frac{\pi t}{T}$$

und es wird zur Zeit $2T$

$$(E_2 + a) = +(V - 3a);\quad E_2 = +(V - 4a).$$

Hier ändert der Strom und damit die Spannung am Funken wieder ihr Zeichen. Für $2T$ bis $3T$ gilt

$$(E - a) = (E_2 - a)\cos\frac{\pi t}{T} = +(V - 5a)\cos\frac{\pi t}{T},$$

so daß

$$(E_3 - a) = -(V - 5a);\quad E_3 = -(V - 6a)$$

wird. Man erkennt leicht, wie der weitere Verlauf sich abspielt. Die Absolutwerte der Spannung an der Kapazität werden sukzessive

$$V;\ E_1 = V - 2a;\ E_2 = V - 4a;$$
$$E_3 = V - 6a \ldots\quad E_k = V - 2ka.$$

Spielt also die Funkendämpfung die wesentlichste Rolle, so ist die Differenz, nicht das Verhältnis zweier aufeinander folgender Amplituden konstant. Die Amplitudenkurve ist eine gerade Linie. Derartige Amplitudenkurven sind in der Tat schon mehrfach experimentell festgestellt worden.[1])

Spielt der Widerstand die Hauptrolle, so ist bekanntlich die Amplitudenkurve eine Exponentialfunktion. Es wird

$$\frac{E_1}{V} = \frac{E_2}{E_1} = \frac{E_{k+1}}{E_k} = e^{-\frac{W}{2L}T} = v,$$

also

$$E_k = V v^k.$$

Im allgemeinsten Falle, wo Widerstands- und Funkendämpfung gleichzeitig wirken, wird

$$E_0 = V;\ E_1 = (V - a)v - a;$$
$$E_2 = ((V - a)v - 2a)v - a;$$
$$E_3 = (((V - a)v - 2a)v - 2a)v - a;$$
$$\ldots E_k = (V - a)v^k - 2a\frac{1 - v^k}{1 - v} + a.$$

Die Amplitudenkurve liegt zwischen einer Geraden und einer Exponentialkurve.

6. Es sei berechnet, wie sich die Energieabgabe auf den Funken und auf den Widerstand verteilt. Es ist

$$Q_f = \int_0^\infty e i\,dt = |a| \int_0^\infty |i|\,dt$$

die Energieabgabe im Funken,

$$Q_w = W\int_0^\infty i^2 dt$$

die im Widerstande. Beide Integrale lassen sich auch für den allgemeinen Fall auswerten, die Formeln werden dann aber wenig übersichtlich. Verhältnismäßig einfach werden sie dagegen für die beiden obigen Spezialfälle, daß die Amplitudenkurve eine Gerade oder eine Exponentialkurve ist. Der erstere Fall wird beim Überwiegen der Funkendämpfung, der letztere beim Überwiegen der Widerstandsdämpfung eine gute Annäherung geben. Der allgemeinste Fall wird zwischen beiden liegen.

7. Im ersteren Falle sei die Differenz zweier Amplituden gleich $2d$. d wird dann etwas größer als a sein und in der Grenze für $W = 0$ in a übergehen. Dann ist

$$Q_f = a\left[\int_0^T |i|\,dt + \int_T^{2T} |i|\,dt + \ldots\right]$$
$$= a\sqrt{\frac{C}{L}}\left[(E_0 - d)\cdot\left|\int_0^T \sin\frac{\pi t}{T}\,dt\right| + (E_1 - d)\cdot\left|\int_T^{2T}\sin\frac{\pi t}{t}\,dt\right| + \ldots\right]$$
$$= a\sqrt{\frac{C}{L}}\int_0^T \sin\frac{\pi t}{T}\,dt\Big[(V - d) + (V - 3d) + (V - 5d) + \cdots + (V - (2k - 1)d)\Big]$$
$$= 2aC(kV - k^2 d),$$

k bestimmt sich dadurch, daß

$$E_k = V - 2kd = 0$$

wird, indem die Entladung mit der k-ten Schwingung aufhört. Es ist also

$$k = \frac{V}{2d}$$

und

$$Q_f = \frac{aCV^2}{2d}.$$

Wie es sein muß, wird für $a = d$

$$Q_f = \frac{CV^2}{2},$$

d. h. die ganze elektrostatische Energie wird dann im Funken verzehrt.

Die Wärmeentwicklung im Widerstande ist

$$Q_w = W\left[\int_0^T i^2 dt + \int_T^{2T} i^2 dt + \cdots\right] = W\frac{C}{L}\int_0^T \sin^2\frac{\pi t}{T}$$

1) F. Richarz und W. Ziegler, Ann. d. Phys. 1, 468, 1900.
J. Zenneck, Elektromagnetische Schwingungen, S. 377 und 388.

$$\left[(V-d)^2+(V-3d)^2+\cdots+(V-(2k-1)d)^2\right]$$
$$=\frac{\pi WC}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}\sum_1^k{}^h(V-(2h-1)d)^2.$$

Es ist aber

$$\sum_1^k{}^h(V-(2h-1)d)^2=kV^2-2Vd\sum_1^k(2h-1)+d^2\left(4\sum_1^k h^2-4\sum_1^k h+k\right)$$

und

$$\sum_1^k h^2=\sum_1^k h+\frac{1}{3}k^3-k).$$

Also

$$Q_w=\frac{\pi WC}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}\left[kV^2-2k^2Vd+d^2\left(\frac{4}{3}k^3-3k\right)\right].$$

Da schwache Dämpfung vorausgesetzt ist, so ist die Anzahl k der Schwingungen eine größere Zahl, daher kann $3k$ gegen $\frac{4}{3}k^3$ vernachlässigt werden. Setzt man $k=\frac{V}{2d}$ ein, so wird

$$Q_w=\frac{\pi}{12}\sqrt{\frac{C}{L}}\,CW\frac{V^3}{d}=\frac{CV^2}{2}\cdot\frac{\pi}{6}\sqrt{\frac{C}{L}}\frac{WV}{d}$$
$$=\frac{CV^2}{2}\cdot\frac{\pi}{6}\frac{W\mathfrak{J}}{d}.$$

d bestimmt sich schließlich daraus, daß nach dem Energiesatze

$$Q_w+Q_f=\frac{CV^2}{2}$$

sein muß. Man findet

$$d=a+\frac{\pi}{6}\frac{WV}{4}\sqrt{\frac{C}{L}}=a+\frac{\pi}{6}W\mathfrak{J}=a+\alpha.$$

$$Q_f=\frac{CV^2}{2}\cdot\frac{a}{a+\alpha};\quad Q_w=\frac{CV^2}{2}\cdot\frac{\alpha}{a+\alpha};$$

$$\alpha=\frac{\pi}{6}WV\sqrt{\frac{C}{L}}.$$

$$\frac{Q_f}{Q_w}=\frac{a}{\alpha}=\frac{W_f}{W};\quad W_f=\frac{aW}{\alpha}=\frac{6}{\pi}\frac{a}{V}\sqrt{\frac{L}{C}}=\frac{6}{\pi}\frac{a}{\mathfrak{J}}.$$

W_f ist der sogenannte Funkenwiderstand. α ist ein Mittelwert des Ohmschen Spannungsabfalls iW am Widerstand.

8. Im zweiten Fall hat der Strom die Form

$$i=\mathfrak{J}e^{-\delta t}\sin\frac{\pi t}{T}.$$

Daher wird

$$Q_w=W\mathfrak{J}^2\int_0^\infty e^{-2\delta t}\sin^2\frac{\pi t}{T}\,dt=\frac{W\mathfrak{J}^2}{4\delta}$$
$$=\frac{WV^2}{4\delta}\sqrt{\frac{C}{L}}$$

und

$$Q_f=a\mathfrak{J}\left[\int_0^T e^{-\delta t}\sin\frac{\pi t}{T}\,dt-\int_T^{2T}e^{-\delta t}\sin\frac{\pi t}{T}\,dt+\cdots\right]$$
$$=a\mathfrak{J}\left[\frac{(1+e^{-\delta T})T}{\pi}(1+e^{-\delta T}+e^{-2\delta T}+\cdots\right]$$
$$=\frac{aT\mathfrak{J}}{\pi}\frac{1+e^{-\delta T}}{1-e^{-\delta T}}=\frac{2a\mathfrak{J}}{\pi\delta}=\frac{2aV}{\pi\delta}\sqrt{\frac{C}{L}}$$

für kleines δT.

Wäre keine Funkendämpfung, so wäre

$$\delta=\frac{W}{2L}$$

und

$$Q_w=\frac{L\mathfrak{J}^2}{2}=\frac{CV^2}{2}.$$

D. h. die ganze Energie ginge in der Widerstandsdämpfung verloren, wie es sein muß. Im andern Falle hat δ einen andern Wert. Er bestimmt sich wieder daraus, daß

$$Q_w+Q_f=\frac{W\mathfrak{J}^2}{4\delta}+\frac{2a\mathfrak{J}}{\pi\delta}=\frac{CV^2}{2}=\frac{L\mathfrak{J}^2}{2}$$

sein muß. Man findet

$$\delta=\frac{W}{2L}+\frac{4a}{\pi L\mathfrak{J}}=\delta_w+\delta_f;\qquad \delta_f=\frac{4a}{\pi L\mathfrak{J}}.$$

Setzt man dies in die obigen Formeln ein, so kann man analog wie beim ersten Fall schreiben

$$Q_f=\frac{CV^2}{2}\frac{a}{a+\alpha'};\quad Q_w=\frac{CV^2}{2}\frac{\alpha'}{a+\alpha},$$

nur daß jetzt

$$\alpha'=\frac{\pi}{8}WV\sqrt{\frac{C}{L}}=\frac{3}{4}\alpha$$

ist. Ebenso wird

$$\frac{Q_f}{Q_w}=\frac{a}{\alpha'}=\frac{W_f}{W};\quad W_f=\frac{8}{\pi}\frac{a}{V}\sqrt{\frac{C}{L}}=\frac{8a}{\pi\mathfrak{J}}.$$

Für das logarithmische Dekrement erhält man

$$d=2\delta T=\pi W\sqrt{\frac{C}{L}}+\frac{8a}{V}=d_w+d_f;\quad d_f=\frac{8a}{V}.$$

Im ersten Falle hat man zu Anfang

$$d_f=ln\left(\frac{V}{V-4a}\right)=\frac{4a}{V},$$

in der Mitte der Entladung, wo die Amplitude $\frac{V}{2}$ geworden ist

$$d_f = ln\left(\frac{V_{/2}}{V_{/2}-4a}\right) = \frac{8a}{V}.$$

Am Schluß ist $d_f = \infty$, da die letzte Amplitude null wird. Der mittlere Wert des Dekrements im ersten Falle stimmt mit dem im zweiten Falle überein.

Folgerungen.

9. Abhängigkeit vom Widerstand. Da a' im zweiten Falle kleiner ist als a, so folgt, daß bei Einschalten von Widerstand W die Energieabsorption Q_f etwas langsamer abnimmt, als es der Formel $Q_f = \frac{A}{B+CW}$ entspricht. Der Funkenwiderstand nimmt mit wachsendem W von $\frac{6a}{\pi\mathfrak{J}}$ auf $\frac{8a}{\pi\mathfrak{J}}$ zu.

10. Abhängigkeit von Selbstinduktion und Kapazität. Bei konstantem W geben sowohl die Formeln im ersten wie im zweiten Fall die Abhängigkeit des Funkenwiderstandes von den übrigen Größen wieder. Nur die absolute Größe ändert sich wie 6 zu 8. Es seien daher die Formeln des zweiten Falles betrachtet. Da die Spannung am Funken konstant bleibt, so muß natürlich der Funkenwiderstand der Stromstärke umgekehrt proportional sein, da ja W_f ein Mittelwert des Quotienten von Spannung durch Strom im Funken ist. Bei konstantem Entladungspotential V ist daher der Funkenwiderstand $W_f = \frac{8}{\pi}\frac{a}{V}\sqrt{\frac{C}{L}}$ der Wurzel aus der Selbstinduktion direkt, der Wurzel aus der Kapazität umgekehrt proportional. Das logarithmische Dekrement d_f, soweit es von der Funkendämpfung herrührt, $d_f = \frac{8a}{V}$ ist deshalb bei beliebiger Selbstinduktion und Kapazität das gleiche.

11. Abhängigkeit von der Funkenlänge l. Sowohl der Funkenwiderstand W_f, wie das Dekrement d_f sind der Größe $\frac{a}{V}$ proportional. Es ist aber die Lichtbogenspannung $a = \alpha + \beta l$ und das Entladungspotential $V = Al$, wenigstens für kleinere Bogenlängen und größeren Kugelradius. Für kleine Bogenlängen ist βl klein gegen α, daher $W_f \sim \frac{\alpha}{Al}$, d. h. bei kleinem l groß. Für größeres l ist umgekehrt α klein gegen βl und daher $W_f \sim \frac{\beta}{A}$, d. h. von l unabhängig. Bei größerer Länge [bei kleinen Funkenkugeln ($r = 2{,}5$) schon von $l = 3$ mm an, bei größeren erst viel später] nimmt V nicht mehr proportional l zu, sondern langsamer, so daß von da ab W_f und d_f mit wachsendem l zunehmen müssen. Es empfiehlt sich daher, besonders bei großen Schlagweiten möglichst große Funkenkugeln zu verwenden. Man kann das Entladungspotential V erheblich steigern, wenn man die Funkenstrecke in Öl setzt. Vorausgesetzt, daß die Lichtbogenspannung a dadurch nicht in gleicher Weise steigt, würde man auf diese Weise eine bedeutende Verringerung des Funkenwiderstandes und Dekrementes erzielen. Ebenso muß jeder Einfluß wirken, der das Entladungspotential vergrößert oder die Lichtbogenspannung verkleinert. Wasserstoff muß hiernach schädlich wirken, da er einerseits das Entladungspotential um fast die Hälfte herabdrückt [1]), anderseits die Lichtbogenspannung etwas erhöht. Wie hiernach zu erwarten, fanden Traubenberg und Hahnemann [2]), daß das Dekrement in Wasserstoff um mehr als das Doppelte zunimmt.

12. Hierbei wurde vorausgesetzt, daß bei Beginn jeder Entladung die Kapazität auf das statische Entladungspotential aufgeladen ist. Folgen aber die Funken schnell aufeinander, so kühlen sich die Elektroden und die Funkenstrecke zwischen den Entladungen nicht völlig ab, so daß das Entladungspotential V tiefer liegt. Der Funke wird weniger aktiv, kann sogar ganz inaktiv werden, so daß man nur noch einen gewöhnlichen Wasserstromlichtbogen langsamer Periode erhält, ohne Kondensatorschwingungen. Funkenwiderstand und Dekrement müssen wegen des abnehmenden V dann erheblich zunehmen.

Experimentelle Bestätigungen.

13. Direkte Beobachtungen über Strom und Spannung am Funken kann man bei den hier betrachteten schnellen Schwingungen wohl nur mit Hilfe der Braunschen Röhre anstellen. Lenkt man den Fleck elektrostatisch oder elektromagnetisch ab, und zieht ihn durch einen rotierenden Spiegel auseinander, so erhält man die ganze Schwingungskurve. Bei schnelleren Schwingungen wird diese aber so lichtschwach, daß man nur die Amplitudenkurve erkennen kann. [3]) Wie die obige Theorie es fordert, ist sie geradlinig, wenn die Funkendämpfung überwiegt.

Einen bedeutend besseren Einblick in die Vorgänge am Funken erhält man mit der Braunschen Röhre in der von Simon angegebenen Schaltung [4]) (Fig. 5), bei der man direkt die Charakteristik der Funkenstrecke erhält.

1) J. Stark, Elektrizität in Gasen, S. 230.
2) Traubenberg und Hahnemann, diese Zeitschr. **8**, 504, 1907.
3) Richarz, l. c.
4) H. Th. Simon, diese Zeitschr. **6**, 305, 1905.

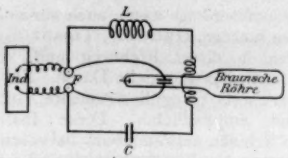

Fig. 5.

Nach dieser Methode sind von mir einige Versuche angestellt, die in der Tat eine der Theorie entsprechende Charakteristik zeigen (Fig. 6). Leider waren sie für quantitative

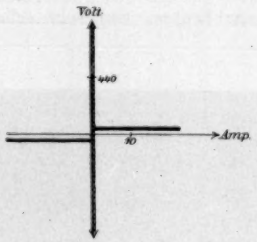

Fig. 6.

Messungen nicht genau genug, doch war die Spannung a etwa 20—40 Volt. Bei Verstärkung des zur Speisung dienenden Induktorstromes zeigte sich deutlich, wie die Funken immer weniger aktiv wurden. Fig. 7 zeigt die

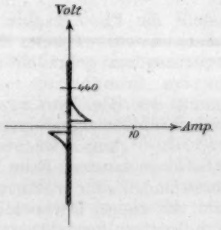

Fig. 7.

beobachtete Charakteristik eines fast inaktiven Funkens. Die Abkühlung zwischen den einzelnen Entladungen war so schwach, daß das Entladungspotential V nicht 800 Volt erreichte. Dementsprechend war der maximale Strom $\mathfrak{J}$ auch gering, etwa 1 Amp.

14. Die im Funken entwickelte Wärme Q_f war schon häufig Gegenstand von Messungen.[1]) Meistens wurde der nach der Formel

$$W_f = \frac{Q_f}{Q_w} W$$

berechnete Funkenwiderstand angegeben, für den oben

$$W_f = \frac{8a}{\pi \mathfrak{J}} \quad \text{resp.} \quad \frac{6a}{\pi \mathfrak{J}} = \frac{6a}{\pi V} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

gefunden wurde.

Die Abnahme von W_f mit wachsendem C und abnehmendem L geht aus fast allen Messungen deutlich hervor. Besonders erklären sich daraus die geringen Werte, einige Hundertstel Ohm, die Kaufmann für W_f fand. Die Selbstinduktion L bestand nur in den kurzen Zuleitungen, war also sehr klein. Leider fehlen bei den meisten Autoren genauere Angaben über die Selbstinduktion oder das Entladungspotential. Nur bei den Messungen von Battelli und Magri sind diese sehr exakt bestimmt. Als Bestätigung der obigen Theorie sei aus ihren Werten für W_f die Spannung a am Funken berechnet nach der Gleichung

$$a = \frac{\pi}{8} W_f V \sqrt{\frac{C}{L}}$$

Tabelle No.	L cm	C cm	Funkenspannung a für eine Bogenlänge von 1	1,5	2	3	4	5 mm
I	74140	14175	8,7	12,5	15,7			
II	29470	14175	12,5	13	23			
III	29470	7178	15,8	23	29,6			
IV	29470	3568	12,5	20	27	38	45	56
V	17460	3568	14	20,6	27	35	43	67
VI	3669	3568	11,1	24,5	28,5	39	48,5	57
		Mittel	12,4	18,9	25,1	37,3	45,5	60

Für $l = 1$ mm und $l = 1{,}5$ mm fehlen die Angaben für das Entladungspotential V. Es wurde dafür 4800 und 6600 Volt gesetzt.

Berücksichtigt man die Schwierigkeit der Messungen, die bei allen Lichtbogen- und Funkenbeobachtungen in der Herstellung eines normalen unveränderlichen Zustandes besteht, so ist das Resultat derartig, wie man es nicht besser hätte erwarten können. Die Spannung a ist, trotzdem die Selbstinduktion um das Zwanzigfache, die Kapazität um das Vierfache verändert wurde, für jede bestimmte Bogenlänge, d. h. in den Vertikalreihen gut konstant und hat die vom Gleichstromlichtbogen zu erwartende Größe. In den Horizontalreihen, d. h. mit wachsender Bogenlänge (Schlagweite) l nimmt sie proportional l zu. Die bei den Messungen auftretende maximale Stromstärke $\mathfrak{J} = V \sqrt{\frac{C}{L}}$ liegt zwischen 54 und 430 Amp., so daß die obige Theorie sicher hier anwendbar ist.

15. Die gesamte Dämpfung von Konden-

1) W. Kaufmann, Wied. Ann. **60**, 653, 1897; Battelli und Magri, Phil. Mag. **5**, 1 und 620; diese Zeitschr. **4**, 181, 1902; R. Lindemann, Diss. Göttingen 1903; Ann. d. Phys. **12**, 1012, 1903; W. Eickhoff, diese Zeitschr. **8**, 494, 1907.

satorkreisen wurde mehrfach [1]) durch die Schärfe der Resonanz bestimmt, wenn der Primärkreis in loser Koppelung auf einen Sekundärkreis induziert. Auch bei allen diesen Messungen zeigt sich ziemlich genau die Proportionalität des Widerstandes mit $\sqrt{\frac{L}{C}}$, so daß das Dekrement von Änderungen in L und C nicht beeinflußt wird. Auch der Verlauf des Dekrementes mit wachsender Funkenlänge entspricht gut dem oben aus der Theorie gefolgerten. Nur die Absolutwerte sind besonders bei Rempp bedeutend höher. Traubenberg und Hahnemann zeigten, daß die hierbei mitgemessene Dämpfung durch den Kondensator einen erheblichen Teil ausmacht. Aber auch nach Abzug hiervon sind die Werte noch bedeutend größer als die von Battelli und Magri gefundenen. Der Unterschied scheint mir darin zu liegen, daß diese bei ihren Messungen einzelne Entladungen benutzten, also das statische Entladungspotential V wirklich bekamen. Bei der Resonanzmethode dagegen pflegt die Funkenfolge eine ziemlich rasche zu sein, wodurch das Entladungspotential erheblich sinken und damit das Dekrement erheblich wachsen kann.

Für eine Funkenstrecke von 2 mm ist a etwa gleich 25 Volt und das statische Entladungspotential etwa 8000 Volt. Das Dekrement $d_f = \frac{8a}{V}$ dürfte also nicht größer sein als $\frac{8 \cdot 25}{8000} = \frac{1}{40} = 0{,}025$, wie es Battelli und Magri gefunden haben. Die bei schneller Funkenfolge gefundenen größeren Dekremente zeigen an, daß der Funken schon weniger aktiv geworden ist, das Entladungspotential nicht den statischen Wert erreicht. Dies Inaktivwerden kann man durch Kühlung oder magnetisches Gebläse verringern. Doch steigt durch beides auch die Spannung a. Da über beide Veränderungen quantitative Angaben nicht bekannt sind, läßt sich über den Nutzen dieser Einwirkungen noch nichts aussagen.

1) G. Rempp, Diss. Straßburg 1904; Ann. d. Phys. **17**, 627, 1905; P. Drude, Ann. d. Phys. **15**, 709, 1904; W. Eickhoff, diese Zeitschr. **8**, 494, 1907; Traubenberg und Hahnemann, diese Zeitschr. **8**, 498, 1907.

Göttingen, Institut für angewandte Elektrizität, 4. August 1907.

(Eingegangen 6. August 1907.)

Einige Meßversuche der ankommenden Ströme bei der drahtlosen Telegraphie.

Von Béla Gáti.

Bisher sind sehr wenig quantitative Versuche bekannt, wo die in der Antenne ankommenden Hochfrequenzströme, wenn auch nur annähernd gemessen wurden. Duddell, Tissot, Schmidt arbeiteten in dieser Richtung und veröffentlichten auch diesbezügliche Daten. Sie brauchten aber stets Spiegelinstrumente, und zwar genügend empfindliche. Diese Instrumente sind auf Schiffen unbrauchbar; bei solchen Versuchen, wo die Empfangsstation ihren Platz ändert, sind sie auch sehr unbequem; ein schnelles, gutes Arbeiten ist sozusagen unmöglich. Auf die Veranlassung und mit Unterstützung der ungarischen wissenschaftlichen Akademie ist es mir gelungen, mein Barretterzeigergalvanometer so umzuschalten, daß mit Hilfe dieses Instrumentes die ankommenden Hochfrequenzströme sehr bequem und sehr schnell meßbar sind.

Fig. 1.

Fig. 1 stellt die Photographie des kompletten Satzes vor, wie es beim Messen der Telephonfrequenzströme gebraucht wird. Die Dimensionen des Grundbrettes sind 26 cm, 23 cm, 1,5 cm; das Gleichstromgalvanometer ist das Paulsche Mikroamperemeter, Zeigerinstrument $1^0 = 10^{-6}$ Amp. Rechts sieht man zwei tragbare Akkumulatoren. Beim Messen der Hochfrequenzströme wird der Barretterständer ausgenommen und einige Dezimeter Distanzen von dem Grundbrette aufgestellt: der Barretterständer hat schon Klemmen für Einstellen der horizontalen Antennendrähte. Alles, was zum Messen gehört, kann auf einem kleinen Tische aufgestellt und mit Tisch oder nur mit Tischplatte bequem transportiert werden.

In Fig. 2: Die ausgezogene Kurve stellt den Zusammenhang zwischen Sender, den ankommenden Stromstärken und Distanz des Empfängers vor. Die Verhältnisse waren wie folgt: Als Sender wurde der kleinste Induktor von Siemens-Halske mit Neefschem Unterbrecher angewandt. mit 6 Volt Spannung betrieben. Die Funkenstrecke war die von

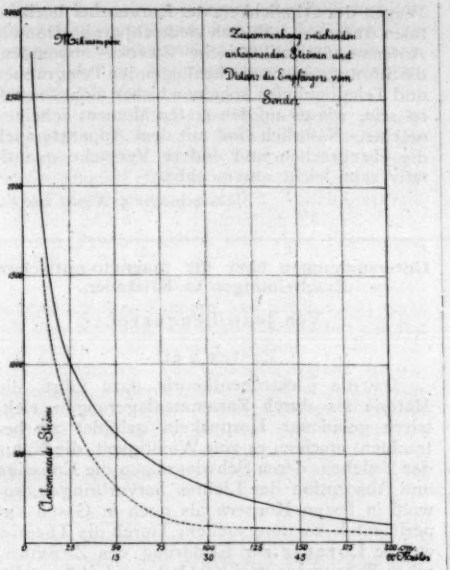

Fig. 2.

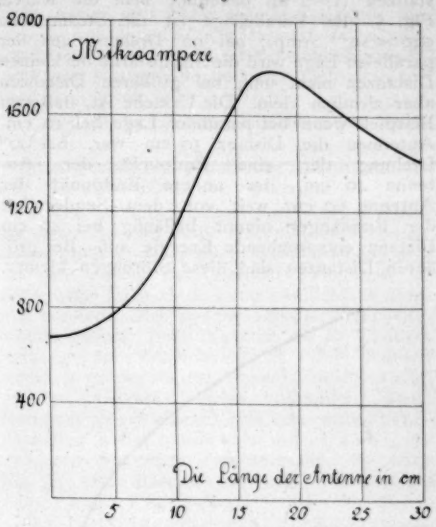

Fig. 3.

Laugwitz.[1]) Die Antennen waren horizontal in den Laugwitzschen Apparat eingeschoben, gewöhnliche direkte (Marconische) Schaltung, also ohne Braunsche Kreise. Die Länge der Antenne war 17 cm, also die Wellenlänge ca. 68 cm. Fig. 3 zeigt die Resonanzkurve; die Resonanz wurde auf sehr einfache Weise erreicht. Nimmt man eine gewisse Länge der Antennen bei dem Sender, ordnet bei dem Empfänger größere Antennen an und verkürzt (zwickt mit der Zange ab) die Antennen, dann bekommt man die Kurve; die Längen beziehen sich auf die eine Antenne, die Wellenlänge ist ca. 4 mal so groß. Bei Fig. 2 war der Empfänger auf Resonanz eingestellt. Die ankommenden Stromstärken sind in Mikroampere angegeben, so daß die Resultate mit Messungen anderer Forscher direkt vergleichbar sind. Die punktierte Kurve in Fig. 2 stellt die Duddellschen Messungen vor, welche er zwischen England und Irland mit dem Thermogalvanometer aufgenommen hat. Natürlich war die abgesandte Energie viele tausendmal größer, doch sind mit Barretter-Zeigerinstrumenten die ankommenden Ströme bei gewöhnlichen drahtlosen Senderstationen auf 100 Kilometer sicher meßbar. Der Verlauf der Kurven ist ganz ähnlich, so daß die Duddellsche Regel „ankommende Stromstärke × Distanz = Konstant" als bewiesen zu betrachten ist. Bei so kleiner Wellenlänge, wie 68 cm, sind die Laboratoriumsgegenstände noch nicht stark störend. Bei größeren Wellenlängen treten verschiedene Störungen auf; die Einstellung der Resonanz ist schwieriger (die Zangenmethode nicht mehr anwendbar); in Fig. 4 sind diesbezügliche Resultate bei drei verschiedenen Wellenlängen, die nicht gut erklärbar sind. Die Antennen des Senders und Empfängers waren parallel;

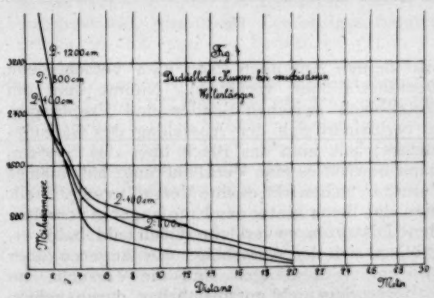

Fig. 4.

1) Diese Zeitschr. **8**, 378, 1907.

wenn man die Antennen des Empfängers gegen die Parallellage verschiebt, wird die ankommende Stromstärke kleiner. Bei kleinen Distanzen (1—2 m) bekommt man die Kurve, Fig. 5. Bei Parallellage ist die Stromstärke 940×10^{-6} Amp.; bei 90° Drehung aus der parallelen Lage wird die Stromstärke bei kleinen Distanzen nicht null, bei größeren Distanzen aber ziemlich klein. Die Ursache ist, daß zum Beispiel, wenn bei paralleler Lage bei 10 cm-Antennen die Distanz 50 cm war, bei 90° Drehung der eine Endpunkt der Antenne 40 cm, der andere Endpunkt der Antenne 60 cm weit von dem Sender ist; der Empfänger nimmt beiläufig bei 40 cm Distanz entsprechende Energie auf. Bei größeren Distanzen sind diese Störungen kleiner.

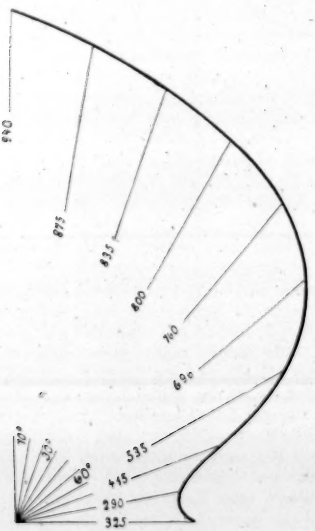

Fig. 5.

Mit kleinen Antennen kann man verschiedene Demonstrationen vorführen. Nimmt man ein Metallblech zwischen Sender und Empfänger, so verkleinert sich der Ausschlag des Galvanometers; hält man das Blech über das System, dann bewirkt es eine Verkleinerung; hält man es darunter, so bewirkt es eine Vergrößerung. Stellt man das Blech hinter den Empfänger in verschiedene Distanzen, so verkleinert sich bald, bald vergrößert sich der Ausschlag. Bei längeren (über 100 cm) Wellenlängen sind die Versuche im Laboratorium nicht gut ausführbar, darum nehme ich diesbezügliche Versuche im Freien vor. Wegen der Ähnlichkeit der Kurven bei horizontalen Antennen läßt sich vielleicht die horizontale Antenne für militärische Zwecke anwenden; die Störungen der zwischenliegenden Telegraphen und Telephonlinien scheinen bisher nicht so groß zu sein, wie es auf den ersten Moment scheinen möchte. Natürlich sind mit dem Apparate auch die Hertzschen und andere Versuche quantitativ sehr leicht untersuchbar.

(Eingegangen 5. August 1907.)

Untersuchungen über die magneto-optischen Erscheinungen in Kristallen.

Von Jean Becquerel.

Erster Teil.

Da die Elektronentheorie dazu führt, die Materie als durch Zusammenlagerungen elektrisch geladener Korpuskeln gebildet zu betrachten, erschien es von Wichtigkeit, die Natur der Teilchen, deren Schwingungen die Emission und Absorption des Lichtes hervorbringen, sowohl in festen Körpern als auch in Gasen experimentell zu untersuchen. Durch die Theorie, welche Lorentz zur Erklärung des Zeemanschen Phänomens gegeben hat, wird festgestellt, daß man die Atome von Dämpfen so ansehen kann, als enthielten sie negative Elektronen, Elektronen, die den Kathodenstrahlteilchen vollkommen analog und vielleicht sogar mit ihnen identisch sind. Ich wollte nun untersuchen, ob diese Schlußfolgerung sich auch auf die Körper im festen Aggregatzustande ausdehnen ließe, und es ist mir gelungen, an gewissen natürlichen Kristallen einen Einfluß eines Magnetfeldes auf die Bewegung der Elektronen nachzuweisen.[1]) Die Ergebnisse weichen merklich von den an gasförmigen Körpern erhaltenen ab; sie führen zu wichtigen Fragen und liefern einen neuen Beitrag zum Studium der Konstitution der Materie, insbesondere der kristallisierten Körper.

Die Erscheinung der magnetischen Rotationspolarisation hat schon längst einen Einfluß des Magnetismus auf die Fortpflanzung des Lichtes in einem festen, flüssigen oder gasförmigen Körper enthüllt. Nun ist seit der Entdeckung Zeemans durch die Untersuchungen über das Drehungsvermögen des Natriumdampfes für Wellenlängen, die denen der D-Linien naheliegen, gezeigt worden, wie die magnetische Rotationspolarisation mit dem gleichzeitig auftretenden Effekt des Zeeman-Phänomens und der anomalen Dispersion verbunden ist. Daher war der Gedanke natürlich, daß bei den

1) Jean Becquerel, C. R. **142**, 775, 874, 1144, 1906; **143**, 769, 890, 952, 1133, 1906 und **144**, 132, 1907.

festen und flüssigen Körpern ein ähnlicher Zusammenhang vorliegen könnte, daß also das Faradaysche Phänomen mit einer Änderung der Periode der Elektronenbewegung verbunden sein könnte.

Um einen Einfluß des Magnetismus auf die Absorptionsbanden zu beobachten, habe ich mich mit solchen festen Körpern beschäftigt, welche schmale Banden besitzen, nämlich mit solchen natürlichen Kristallen, welche seltene Erden enthalten. Zwei derartige Körper, Xenotim und Tysonit, haben sehr klare Ergebnisse geliefert.

Der Xenotim oder Hussakit, eine Phosphorverbindung von Yttrium und Erbium, ist einer von den Kristallen, welche die feinsten Banden aufweisen; diese Banden kommen größtenteils dem Erbium zu. Die Kristalle, welche ich benutzt habe, stammen aus Dattas in der Provinz Minas Geraës. Der Tysonit ist eine Fluorverbindung von Cer, Lanthan und Didym; er liefert vorzugsweise das Didymspektrum; meine Kristalle stammten von Pike's Peak in Colorado.[1])

Die Kristalle besitzen, wie bekannt, mehrere Absorptionsspektren.[2]) Xenotim und Tysonit sind einachsig und haben nur zwei Hauptspektren; ein ordentliches Spektrum, das den Fresnelschen Schwingungen senkrecht zur optischen Achse entspricht, und ein außerordentliches, das den Schwingungen parallel zur Achse entspricht.

Versuchsanordnung.

Diese Spektren habe ich mittels eines Spektroskops beobachtet, welches ein Rowlandsches Plangitter von 8 cm Breite mit 568 Strichen auf 1 mm enthält. Durch ein und dasselbe Objektiv von 130 cm Brennweite gehen gleichzeitig die einfallenden und die gebrochenen Strahlen. Das Spektrum wird in der Brennweite des Objektivs beobachtet oder photographiert. Die Kristallplatte ist zwischen den Polen eines Weißschen Elektromagneten in einer Fassung angeordnet, durch welche ihre Orientierung ermöglicht wird. Sie wird durch ein von einer Nernstlampe ausgehendes Lichtbündel kräftig beleuchtet, und ihr Bild wird auf den Spektroskopspalt entworfen. Ein Rhomboeder aus Kalkspat gestattet, zwei nebeneinander liegende Bilder zu erhalten, und die den beiden aufeinander senkrecht stehenden Schwingungen entsprechenden Spektren gleichzeitig zu beobachten.

1) Die Tysonitkristalle sind mir von Herrn Werlein in liebenswürdiger Weise überlassen worden.

2) Henri Becquerel, Ann. de Chim. et de Phys. (6), **14**, 170, 1888.

I.

Fortpflanzung des Lichtes senkrecht zu den Kraftlinien des Magnetfeldes.

Es treten drei Fälle auf, je nachdem die optische Achse parallel zum Magnetfelde, parallel zum Lichtstrahlenbündel oder gleichzeitig senkrecht zum Magnetfelde und zum Lichtstrahlenbündel orientiert ist.

1. Optische Achse parallel zum Magnetfelde.

Man beobachtet gleichzeitig das ordentliche und das außerordentliche Spektrum.

a) Das ordentliche Spektrum, welches durch die senkrecht zum Felde verlaufenden Schwingungen gebildet wird, zeigt Modifikationen, welche ganz analog dem Zeeman-Phänomen im einfachsten Falle sind, wenn nämlich die Banden Dupletts oder symmetrische Verbreiterungen geben. Beim Xenotim ist die Größenordnung der Erscheinung für viele Banden merklich größer als der Zeeman-Effekt: es sind daselbst mehrere Banden vorhanden, deren Komponenten in einem Felde von 30000 C.G.S.-Einheiten weiter auseinander liegen als der die *D*-Linien trennende Zwischenraum. So habe ich für zwei Banden von den Wellenlängen 642,27 $\mu\mu$ und 643,45 $\mu\mu$ in einem zu 26850 C.G.S.-Einheiten gemessenen Felde Entfernungen von ungefähr 0,94 $\mu\mu$ und 0,81 $\mu\mu$ zwischen ihren Komponenten gefunden, und für die Bande bei 522,15 $\mu\mu$ eine Entfernung von 0,62 $\mu\mu$. Diese letztgenannte Bande bei 522,15 $\mu\mu$ ist besonders fein und scharf. Sie ist in Figur 1 bei *b* wiedergegeben.

Diese Figur 1 ist die vergrößerte Wiedergabe einer photographischen Aufnahme einer Gruppe von Banden, die im Grün liegen. Die Aufnahme wurde mit einer parallel zur Achse geschnittenen Xenotimplatte von 0,8 mm Dicke gemacht. In derselben Gruppe ist eine kaum wahrnehmbare Bande bei 522,56 $\mu\mu$, welche ein Duplett mit fast ebenso großem Abstande gibt, wie die eben genannte. Die Bande bei 520,65 $\mu\mu$ verdoppelt sich gleichfalls. Die übrigen Banden verbreitern sich, und die Bande bei 525,11 $\mu\mu$ dehnt sich so stark aus, daß sie verschwindet. Es ist zu beachten, daß sich die Verbreiterungen an einem Klischee, wo die Breite des Bildes von der auf den Kristall auffallenden Lichtmenge und von der Expositionsdauer abhängt, nicht wohl studieren läßt; man beobachtet die Erscheinung indessen sehr bequem mit einem Okular.

Eine bei 657,16 $\mu\mu$ belegene Bande, auf welche wir weiter unten noch zurückkommen werden, bildet eine Ausnahme von dem Symmetriegesetz, welches alle übrigen Banden aufweisen. Diese Bande verschiebt sich nach dem

1. Außerordentliches Spektrum außerhalb des Feldes.
2. Außerordentliches Spektrum, Schwingung parallel zur Feldrichtung.
3. Ordentliches Spektrum, Schwingung normal zur Feldrichtung.
4. Ordentliches Spektrum außerhalb des Feldes.
5. Zeemanphänomen an D_1 und D_2 im gleichen Maßstabe.

Zweites Spektrum des Rowlandschen Gitters. a) 520,65 $\mu\mu$; b) 522,15 $\mu\mu$; c) 524,58 $\mu\mu$. Magnetfeld: 26850 C.G.S.-Einheiten.

Fig. 1.

roten Ende hin, einerlei, wie der Sinn des Feldes sein mag.

Die Absorptionsbanden des Tysonits sind viel breiter als die des Xenotims. Einige von ihnen zeigen eine leichte Verbreiterung, oder vielmehr sie werden ein wenig verwaschener. Diese Veränderungen sind sehr schwer zu beobachten.

b) Zeigt das Spektrum der senkrecht zur Feldrichtung verlaufenden Schwingungen eine Erscheinung von derselben Art, wenn auch im allgemeinen von ganz anderer Größenordnung wie der Zeeman-Effekt, so gilt dies nicht mehr für das Spektrum der außerordentlichen parallel zur Feldrichtung verlaufenden Schwingungen.

Wir beobachten nämlich nicht mehr nur symmetrische Veränderungen, sondern auch alle Formen von Unsymmetrie: unsymmetrische Verbreiterungen und Verdoppelungen, Verschiebung des Absorptionsmaximums nach einer Seite allein verbunden mit einer Deformation der Bande, Intensitätsabnahme ohne sichtbare Verschiebung. Der Sinn dieser Unsymmetrie ist unabhängig vom Richtungssinn des Feldes.

Beim Tysonit zeigt eine Bande des außerordentlichen Spektrums bei 625 $\mu\mu$, wenn die Schwingung parallel zum Felde verläuft, ein unsymmetrisches Duplett mit beträchtlichem Abstand der Komponenten (0,5 $\mu\mu$ bei einem Felde von 28000 C.G.S.-Einheiten).

2. Kristallachse parallel zum Lichtstrahlenbündel.

Das ordentliche Spektrum allein ist sichtbar.

c) Betrachten wir zunächst das Spektrum der ordentlichen Schwingungen normal zur Feldrichtung, so beobachten wir eine Erscheinung von großer Bedeutung: Die ordentlichen Schwingungen sind allerdings in bezug auf das Feld ebenso orientiert, wie in dem vorher untersuchten Falle (a), aber die Banden verhalten sich durchaus anders und ihre im allgemeinen unsymmetrischen Veränderungen stehen durchaus in keinerlei Beziehung zu den symmetrischen Veränderungen, die wir im ersten Falle gefunden haben. — Figur 2 stellt dieselbe Gruppe dar wie Figur 1, und man kann insbesondere sehen, daß die Bande 522,15 $\mu\mu$, die vorher ein symmetrisches Duplett mit einem Abstande so groß wie das der D-Linien ergab, sich sehr wenig nach Violett hin verschiebt und sich dabei gleichzeitig deformiert.

Wir werden bei der Aufstellung der Theorie dieser Erscheinungen sehen, daß die Mannigfaltigkeit der Modifikationen, die das Spektrum der ordentlichen Schwingungen senkrecht zur Feldrichtung je nach der Orientierung der Kristallachse aufweist, eine Folge des Dichroismus ist, sowie des Umstandes, daß im Innern des Kristalls, wenn das Feld erregt ist, eine Komponente der elektrischen Kraft vorhanden ist, welche normal zur Feldrichtung und longitudinal in bezug auf das Lichtbündel gerichtet ist.

Es ist klar, daß unter diesen Umständen die Modifikationen der Banden nicht nur von dem Spektrum abhängig sein müssen, welches man beobachtet, sondern auch von dem longitudinalen Spektrum (welches zur Richtung des Lichtstrahlenbündels parallelen Schwingungen entspricht). Je nach der Orientierung der optischen Achse ist dieses longitudinale Spektrum das ordentliche Spektrum, das heißt dasselbe Spektrum wie das, welches man beobachtet, oder es ist das außerordentliche Spektrum. Im ersteren Falle (a) sind die Veränderungen symmetrisch wie bei den isotropen Körpern; im zweiten Falle (c) treten die Unsymmetrien auf, sobald die von denselben Elektronen herrührenden Banden in beiden Spektren nicht mehr genau dieselbe Lage einnehmen.

d) Das Spektrum der ordentlichen Schwingungen parallel zur Feldrichtung weist ebenfalls alle Arten symmetrischer und unsymmetrischer Modifikationen auf. Die Abstände in gewissen Dupletts sind beträchtlich.

Die Figuren 2, 3 und 4 stellen für drei der hauptsächlichsten Gruppen des Xenotims die

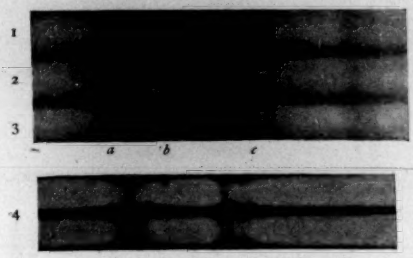

Fig. 2.

1. Ordentliches Spektrum, Schwingung parallel zur Feldrichtung.
2. Ordentliches Spektrum, Schwingung normal zur Feldrichtung.
3. Ordentliches Spektrum außerhalb des Feldes.
4. Magnetische Doppelbrechung.

Zweites Spektrum des Rowlandschen Gitters.
a) 520,65 $\mu\mu$; b) 522,15 $\mu\mu$; c) 524,58 $\mu\mu$.
Magnetfeld: bei 1, 2, 3: 24600 C.G.S.-Einheiten.
bei 4: 27200 C.G.S.-Einheiten.

Fig. 3.

1. Ordentliches Spektrum außerhalb des Feldes.
2. Ordentliches Spektrum, Schwingung parallel zur Feldrichtung.
3. Ordentliches Spektrum, Schwingung normal zur Feldrichtung.

Erstes Spektrum des Rowlandschen Gitters.
a) 650,56 $\mu\mu$; b) 658,10 $\mu\mu$.
Magnetfeld: 28760 C.G.S.-Einheiten.

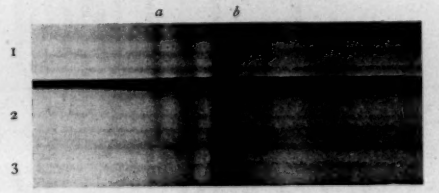

Fig. 4.

1. Ordentliches Spektrum außerhalb des Feldes.
2. Ordentliches Spektrum, Schwingung parallel zur Feldrichtung.
3. Ordentliches Spektrum, Schwingung normal zur Feldrichtung.

Zweites Spektrum des Rowlandschen Gitters.
a) 486,7 $\mu\mu$; b) 488,9 $\mu\mu$.
Magnetfeld: 28760 C.G.S.-Einheiten.

Veränderungen dar, welche die Spektren der ordentlichen Schwingungen normal und parallel zur Feldrichtung dann erleiden, wenn die optische Achse längs des Lichtstrahlenbündels verläuft.

Magnetische Doppelbrechung.

Ist die Achse parallel zum Strahlenbündel gerichtet, so verhält sich der Kristall außerhalb des Magnetfeldes wie ein isotroper Körper und pflanzt eine beliebig orientierte geradlinige Schwingung unverändert fort. Im Magnetfelde ist das nicht mehr der Fall; hier wird eine gradlinige Schwingung in eine elliptische umgewandelt. Diese magnetische Doppelbrechung kann man durch einen Versuch sichtbar machen, der mit dem identisch ist, welchen die Herren Voigt und Wiechert[1]) mit Natriumdampf ausgeführt haben. Man bringt die Kristallplatte zwischen zwei gekreuzte Nicols mit einer Neigung von 45^0 gegen die Horizontale und entwirft auf den Spalt des Spektroskops das Bild eines Babinetschen Kompensators, der zwischen die beiden Nicols gebracht und so orientiert ist, daß der mittlere Streifen horizontal, also senkrecht zum Spalt verläuft. Dann sieht man in der ganzen Ausdehnung des Spektrums eine schwarze Linie; diese entspricht dem Punkte, in dem der Streifen den Spalt schneidet. Man findet, daß in der Nachbarschaft der Banden die schwarze Linie sich verschiebt, wenn das Feld erregt wird, und daß demzufolge zwischen der zur Feldrichtung parallelen und der zu ihr senkrechten Schwingung ein Gangunterschied eingetreten ist. Ganz wie im Falle des Natriumdampfes läßt sich auch diese Erscheinung in all ihren Einzelheiten durch die gleichzeitige Wirkung der anomalen Dispersion und der Ungleichheit der Veränderungen erklären, welche die Banden, je nachdem ihre Schwingungen zur Feldrichtung parallel oder senkrecht verlaufen, durch das Feld erleiden.

Figur 2 zeigt die Erscheinung an der im Grün liegenden Gruppe von Banden in einem zu 27200 Gauß gemessenen Felde. Trotz der geringen Dicke der Kristallplatte — sie betrug 0,8 mm — erreicht der Gangunterschied im Innern gewisser Banden doch den Betrag von $\frac{1}{3}\lambda$.

3. Optische Achse senkrecht zum Magnetfelde und zum Lichtstrahlenbündel.

e) Das von den senkrecht zum Felde gerichteten Schwingungen gebildete außerordentliche Spektrum weist mehr oder minder unsymmetrische Modifikationen auf, und zwar aus demselben Grunde wie das ordentliche Spektrum im Falle (2, c).

1) W. Voigt, Wied. Ann. **67**, 345, 1899.

Übersichtstafel.

Wellenlängen		I. Optische Achse parallel zum Magnetfeld (Fig. 1)		II. Optische Achse parallel zum Lichtstrahlenbündel (Fig. 2, 3, 4)		III. Optische Achse normal zum Magnetfeld und zum Lichtstrahlenbündel	
Ordentliches Spektrum	Außerordentlich. Spektrum	a) Ordentl. Schwingung normal zur Feldrichtung	b) Außerordentliche Schwingung	c) Ordentl. Schwingung normal zur Feldrichtung	d) Ordentl. Schwingung parallel zur Feldrichtg.	e) Außerordentliche Schwingung normal zur Feldrichtung	f) Ordentl. Schwingung parallel zur Feldrichtg.
				Xenotim.			
520,65 [2]	—	Symmetrisches Duplett mit wenig auseinander liegenden Komponenten	—	Unsymmetrisches Duplett mit ungefähr 0,31 $\mu\mu$ Abstand	Breitet sich nach Violett hin aus	—	
—	520,67 [2]	—	Unsymmetrische Verbreiterung und Deformation	—	—	Unsymmetrisches Duplett mit 0,37 $\mu\mu$ Abstand	
521,13 [2]	—	Symmetrische Verbreiterung	—	Duplett mit wenig auseinander liegenden Komponenten	Verbreiterung	—	
521,55 [2]	—	Symmetrische Verbreiterung	—	Leichte Verschiebung nach der roten Seite hin	Duplett mit 0,37 $\mu\mu$ Abstand	—	
—	522,01 [2]	—	Sehr unsymmetrische Verbreiterung, Deformation	—	—	Verbreiterung u. leichte Verschiebung nach der roten Seite hin	
522,15 [2]	—	Symmetrisches Duplett mit 0,59 $\mu\mu$ Abstand	—	Verschiebung nach Violett um 0,1 $\mu\mu$, Deformation	Verschiebung nach Violett, Deformation	—	
522,56	—	Symmetrisches Duplett mit 0,51 $\mu\mu$ Abstand	—	Verschiebung nach Violett um 0,1 $\mu\mu$	Verschiebung nach Violett, Deformation	—	
523,66 [2]	—	Symmetrische Verbreiterung	—	Verbreiterung	Symmetrisches Duplett mit wenig auseinander liegenden Komponenten	—	Dieselben Veränderungen wie im Falle II d.
—	523,72 [2]	—	Verbreiterung	—	—	Verbreiterung	
524,20 [2]	—	Symmetrische Verbreiterung	—	Verbreiterung; vereinigt sich mit 524, 58	Verbreiterung	—	
524,58 [1]	—	Verbreiterung	—	Sehr unsymmetrisches Duplett	Verbreiterung	—	
525,11	525,11 [2]	Duplett mit 0,26 $\mu\mu$ Abstand und schwachen Komponenten	Verbreiterung	Kaum sichtbares unsymmetrisches Duplett	—	Unsymmetrisches Duplett mit wenig auseinander liegenden Komponenten	
—	526,81 [1]	—	Verbreiterung	—	—	—	
—	538,82 [2]	—	Unsymmetrisches Duplett	—	—	Breitet sich nach Violett hin aus	
—	539,4 [2]	—	Unsymmetrisches Duplett	—	—	—	
642,27	—	Duplett mit 0,89 $\mu\mu$ Abstand	— (Die Komponenten greifen ineinander)	Scheint sich nicht zu verändern	—	—	
—	642,46 [2]	—	Verbreiterung	—	—	Wird verwaschener	

1) Starke Bande. 2) Sehr starke Bande.

643,45	—	Duplett mit 0,77 $\mu\mu$ Abstand	—	Scheint sich nicht zu verändern	—	—	
—	643,58 [2]	—	Unsymmetrisches Duplett mit 0,96 $\mu\mu$ Abstand	—	—	Wird verwaschener	
—	646,3	—	Sehr unsymmetrisches Duplett	—	—	Verbreitert sich	
650,56 [1]	650,45	Symmetrisches Duplett mit wenig auseinander liegenden Komponenten	—	Unsymmetrisches Duplett mit 0,38 $\mu\mu$ Abstand	Breitet sich nach Violett hin aus	—	
652,34 [2]	652,82	Symmetrisches Duplett mit wenig auseinander liegenden Komponenten	—	Leicht unsymmetrisches Duplett mit 0,44 $\mu\mu$ Abstand	Breitet sich um 0,3 $\mu\mu$ nach Violett hin aus	Deformation; das Maximum rückt nach Violett hin	
653,70 [1]	653,8	Verbreiterung	—	Verschiebung um 0,2 $\mu\mu$ nach der roten Seite hin	Sehr unsymmetrisches Duplett mit 0,66 $\mu\mu$ Abstand	Verschiebung nach der violetten Seite hin	
—	654,28 [2]	—	Sehr scharfes symmetrisches Duplett mit 0,47 $\mu\mu$ Abstand	—	—	Leichte Verschiebung nach Violett hin	Dieselben Veränderungen wie im Falle II d
654,25	—	Vereinigt sich mit der vorstehenden	—	Vereinigt sich mit der vorstehenden	Vereinigt sich mit der Komponente der vorstehenden	—	
—	656,3	—	Verschiebt sich nach Violett hin	—	—	Verbreitert sich stark	
656,44 [1]	—	Symmetrisches Duplett mit 0,44 $\mu\mu$ Abstand und schwachen Komponenten	—	Unsymmetrisches Duplett mit 0,46 $\mu\mu$ Abstand	—	—	
—	657,3 [2]	—	Sehr scharfes symmetrisches Duplett mit 0,43 $\mu\mu$ Abstand	—	—	Breitet sich nach Rot hin aus	
657,16	—	Verschiebung um 0,17 $\mu\mu$ nach Rot hin	—	—	Leichte Verschiebung nach Violett hin	—	
658,10 [1]	—	Symmetrische Verbreiterung	—	Wird schwächer	Breitet sich nach Violett hin aus	—	

Tysonit.

517,6 [2]	—	Wird verwaschener	—	—	—	—	
523,4 [2]	—	Wird verwaschener	—	—	—	—	
—	625	Unsymmetrisches Duplett mit ungefähr 0,45 $\mu\mu$ Abstand	—	—	—	Verbreitert sich und nimmt an Intensität ab	
—	674 [1]	—	—	—	—	Verbreitert sich und wird schwächer	Dieselben Veränderungen wie im Falle II d
674,2 [1]	—	Wird verwaschener	—	Unsymmetrische Verbreiterung, Maximum rückt nach Rot hin	Verbreiterung	—	
—	676 [1]	—	—	—	—	Verbreitert sich und wird schwächer	

1) Starke Bande. 2) Sehr starke Bande.

f) Die Banden des ordentlichen Spektrums mit zur Feldrichtung parallelen Schwingungen verhalten sich genau wie im Falle (2, d).

In der vorstehenden Übersichtstafel sind die Veränderungen zusammengestellt, welche ich an zwei der Hauptgruppen des Xenotims und am Tysonit in einem zu 25440 C.G.S.-Einheiten ausgewerteten Magnetfelde beobachtet habe.

Die Feldstärke habe ich durch Messung des magnetischen Kraftflusses gewonnen, der durch eine zwischen die Pole gebrachte kleine Spule verläuft, wenn man die Stromrichtung in den Spulen des Elektromagneten umkehrt.

Die Wellenlängen sind durch Vergleichung mit dem Eisenspektrum gemessen worden.

II.

Fortpflanzung des Lichtes parallel zu den Kraftlinien des Magnetfeldes.

Es sind zwei Fälle zu unterscheiden, je nachdem die optische Achse des Kristalls normal oder parallel zur Richtung des Magnetfeldes verläuft.

1. Optische Achse senkrecht zum Magnetfelde.

g) Das Spektrum der ordentlichen Schwingungen normal zur Feldrichtung verhält sich wie im Falle (I, 2, c) und weist dieselben Veränderungen auf.

h) Das außerordentliche Spektrum mit normal zur Feldrichtung verlaufenden Schwingungen zeigt dieselben Veränderungen wie oben im Falle (I, 3, e).

2. Optische Achse parallel zu den Kraftlinien.

Der Kristall nimmt die Stellung ein, in welcher die Doppelbrechung verschwindet. Man konnte daher erwarten, eine dem Zeeman-Effekt analoge Erscheinung zu finden. Dieser besteht, wie bekannt, in einer Verdoppelung jeder Absorptionsbande, derart, daß die beiden Teile der Absorption entgegengesetzt drehenden Zirkularschwingungen entsprechen. In der Tat beobachtet man an allen Banden des Xenotims und an gewissen Banden des Tysonits dieselbe Erscheinung. Wird das Magnetfeld erregt, so verhalten sich die Banden wie im Falle (I, 1, a), wo das Lichtstrahlenbündel normal und die optische Achse parallel zum Felde gerichtet ist: Jede Bande zeigt eine symmetrische Verbreiterung oder ein symmetrisches Duplett, dessen Abstand bei gleichem Werte der Feldstärke derselbe ist, wie im Falle (a). Jede der Komponenten des Dupletts ist dabei schwächer als die ursprüngliche Bande.

Wir wollen nun das Licht analysieren. Zu diesem Zwecke bringen wir zwischen den Kristall und den Spalt eine Viertelwellenlängenplatte und dahinter ein Kalkspatrhomboeder, so daß wir im Okular zwei aneinander grenzende Bilder erhalten und gleichzeitig zwei entgegengesetzt drehende Zirkularschwingungen analysieren können. Wird jetzt das Magnetfeld erregt, so sieht man im allgemeinen, daß jede Bande sich verschiebt, und zwar in den beiden Bildern nach entgegengesetzten Richtungen; sie behält dabei dieselbe Breite und dieselbe Intensität, und die Wellenlängenänderung ist der Feldstärke proportional. Die beiden gegeneinander verschobenen Komponenten entsprechen der Absorption zweier im entgegengesetzten Sinne drehender Zirkularschwingungen.

Die Figuren 5, 6 und 7 geben die Erscheinung für drei Gruppen des Xenotims in einem zu 14100 C.G.S.-Einheiten berechneten Felde wieder.

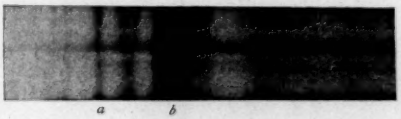

Fig. 5.

Entgegengesetzt drehende Zirkularschwingungen.
Zweites Spektrum des Rowlandschen Gitters.
a) 486,7 $\mu\mu$; b) 488,9 $\mu\mu$.
Magnetfeld: 14100 C.G.S.-Einheiten.

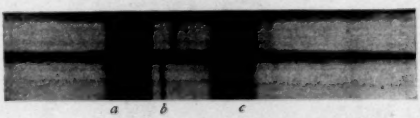

Fig. 6.

Entgegengesetzt drehende Zirkularschwingungen.
Zweites Spektrum des Rowlandschen Gitters.
a) 520,65 $\mu\mu$; b) 522,15 $\mu\mu$; c) 524,58 $\mu\mu$.
Magnetfeld: 14100 C.G.S.-Einheiten.

Fig. 7.

Entgegengesetzt drehende Zirkularschwingungen.
Erstes Spektrum des Rowlandschen Gitters.
a) 650,56 $\mu\mu$; b) 658,10 $\mu\mu$.
Magnetfeld: 14100 C.G.S.-Einheiten.

Entgegen dem allgemeinen Gesetz, welches an den Spektren der Gase und Dämpfe zu beobachten ist, verschieben sich hier die Banden eines und desselben Bildes, die doch Schwingungen mit gleichem Drehungssinne entsprechen, nicht alle nach

derselben Richtung. Bekanntlich ist bei allen bekannten Fällen des Zeemanschen Phänomens die von den beiden Zirkularschwingungen, welche denselben Drehungssinn hat wie der Magnetisierungsstrom, stets gegen das violette Ende des Spektrums hin verschoben. Aus dieser Tatsache hat man zu schließen vermocht, daß die Linienspektren der Dämpfe durch negative Elektronen hervorgerufen werden.

Bei den Kristallen sind die Banden, welche Schwingungen vom gleichen Drehungssinne wie der in den Spulen des Elektromagneten fließende Strom entsprechen, ebensooft nach dem roten, wie nach dem violetten Ende hin abgelenkt. Diese Veränderlichkeit des Richtungssinnes, in welchem das Magnetfeld Zirkularschwingungen mit demselben Drehungssinn verschiebt, bildet eines der wichtigsten Ergebnisse meiner Untersuchungen. Durch dieses am Xenotim und am Tysonit beobachtete Phänomen wird eine Frage von bedeutendem Interesse im Hinblick auf die Konstitution der Materie aufgeworfen.

Für dieses Phänomen lassen sich zwei Erklärungen geben:

1. Das Magnetfeld könnte im Innern gewisser Atomgebiete sehr verschiedene Werte annehmen und sogar seine Richtung ändern. Auf diese Weise würde man nicht nur die Veränderlichkeit in der Richtung der Verschiebung erklären, sondern man würde damit, wenn man, wie dies gewisse Theorien verlangen, annimmt, daß die Elektronen durchaus mit den Kathodenstrahlteilchen identisch sind, auch die Veränderlichkeit erklären, welche man bei der Änderung der Schwingungszahl beobachtet. Nach der Größe der Wellenlängenänderungen, die man beim Xenotim findet, und die ja, nach der Lorentzschen Theorie der Stärke des Magnetfeldes, dem Quadrate der Periode und dem Verhältnis zwischen Masse und Ladung der Elektronen proportional sein müssen, müßte man, wenn man für $\frac{e}{m}$ den Wert $1{,}86 \cdot 10^7$ zugrunde legt, annehmen, daß sich die Feldstärke im Xenotim um 200000 Einheiten in einem Sinne und um 200000 Einheiten im entgegengesetzten Sinne ändern kann, wenn das äußere Feld sich nur um 25000 Einheiten ändert.

2. Eine andere und nach meinem Dafürhalten wahrscheinlichere Hypothese ist die folgende: Die das Licht absorbierenden Teilchen sollen voneinander sehr verschieden sein. Es würde positive Elektronen und negative Elektronen geben, für welche das Verhältnis zwischen Ladung und Masse im Xenotim den Wert $1{,}5 \cdot 10^8$ bis $1{,}6 \cdot 10^8$ erreichen würde, einen acht- bis neunmal höheren Wert als bei den Kathodenstrahlteilchen. Im Tysonit würden die Elektronen, welche den im sichtbaren Spektralgebiet belegenen empfindlichen Banden entsprechen, von derselben Größenordnung sein wie die Kathodenstrahlteilchen.

Wenn diese Hypothese als richtig anerkannt werden würde, so müßte man in diesen Kristallen nicht nur das Vorhandensein positiver Elektronen annehmen, die fähig wären, selektive Absorption zu erzeugen, sondern auch das Vorhandensein negativer Elektronen, die von den Kathodenstrahlteilchen sehr verschieden sind und eine größere Ladung oder eine kleinere Masse besitzen.

An diesen letzten Schlußfolgerungen glaube ich bis zum Beweise des Gegenteils festhalten zu sollen.

Es ist oben gesagt worden, daß in den beiden mit einem Kalkspatrhomboeder und vorgeschalteter Viertelwellenlängenplatte erhaltenen Bildern die meisten Banden sich in entgegengesetzter Richtung verschieben und dabei ihre Intensität und ihre Breite beibehalten. Es gibt mehrere Banden, die sich anomal verhalten, und deren Studium mir von Interesse zu sein schien.

Ich lege keinen Nachdruck auf einige Dissymmetrien, die daher rühren, daß einzelne Banden äußerst nahe aneinander liegen und, wenn das Feld erregt ist, mehr oder minder stark übereinandergreifen, sondern will nur die folgenden Abweichungen erwähnen:

1. Mehrere Banden (485,5 $\mu\mu$, 487,5 $\mu\mu$, 545,8 $\mu\mu$) zeigen in einem der beiden Bilder ein symmetrisches Duplett statt einer einfachen Verschiebung; im anderen Bilde beobachtet man eine Verengerung der Bande, deren Mitte intensiver wird; die Erscheinung kehrt sich um, sobald die Feldrichtung umgekehrt wird. Man kann diese Erscheinung sehr einfach durch die Annahme erklären, daß die Bande aus zwei miteinander verbundenen Teilen besteht, die Elektronen von entgegengesetztem Vorzeichen entsprechen, für welche der absolute Wert des Verhältnisses zwischen Ladung und Masse derselbe ist. Diese Elektronen würden sich also nur durch das Vorzeichen ihrer Ladung unterscheiden und würden einander sehr ähnliche Perioden haben; sie würden Teile eines und desselben Aggregates bilden. Die Erklärung dieser Erscheinungen scheint mir sehr schwierig zu sein, wenn man nicht das Vorhandensein von Elektronen verschiedenen Vorzeichens annimmt.

2. Eine Bande bei 657,16 $\mu\mu$ erfährt eine Veränderung von anderer Art: Diese Bande, die wenig intensiv ist, verschiebt sich in jedem der beiden Bilder nach dem roten Spektralende zu, und zwar um 0,1 $\mu\mu$ in einem

Felde von 15000 Einheiten. Von den Komponenten gewinnt die, welche Schwingungen von gleichem Sinne wie der magnetisierende Strom entspricht, an Intensität auf Kosten der anderen Komponente, die an Intensität abnimmt, bis sie fast nicht mehr wahrnehmbar wird; eine Verschiebung zwischen den beiden Komponenten habe ich nicht mit Sicherheit beobachten können.

Wir haben oben gesehen, daß eben diese Bande, wenn das Lichtbündel normal und die optische Achse parallel zum Magnetfelde gerichtet ist (I, 1, a), sich gleichfalls anders verhält als die übrigen Banden und sich nach Rot hin verschiebt, statt eine Verbreiterung oder ein symmetrisches Duplett mit dem Mittelpunkt an derselben Stelle wie die ursprüngliche Bande zu ergeben.

Die folgende Tabelle enthält die Werte der Verschiebung, die ich zwischen den Komponenten beobachtet habe, die entgegengesetzt gerichteten Zirkularschwingungen entsprechen, und zwar für zwei der Hauptgruppen des

Tabelle.

Wellenlängen in $\mu\mu$	Verschiebung Δh in einem Magnetfelde $R = 14300$	Verhältnis zwischen Ladung und Masse und Vorzeichen der Ladung der Elektronen $\frac{e}{m} = 2\pi v \frac{\Delta\lambda}{\lambda^2} \frac{1}{R}$
	Xenotim.	
520,65 [2]	0,09	$+4{,}5 \times 10^7$
521,13 [2]	0,006	$-0{,}3 \times 10^7$
521,55 [2]	0,045	$+2{,}1 \times 10^7$
522,15 [2]	0,033	$+1{,}6 \times 10^8$
522,56	0,029	$+1{,}4 \times 10^8$
523,66 [2]	0,006	$+2{,}9 \times 10^7$
524,20 [2]	0,04	$+1{,}9 \times 10^7$
524,58 [1]	0,09	$+4{,}5 \times 10^7$
525,11	0,15	$-7{,}1 \times 10^7$
642,27	0,50	$-1{,}6 \times 10^8$
643,45	0,44	$-1{,}4 \times 10^8$
647,40	0,12	$+3{,}8 \times 10^7$
650,56 [1]	0,16	$+5{,}1 \times 10^7$
652,34 [2]	0,19	$-5{,}9 \times 10^7$
653,70	0,09	$-2{,}8 \times 10^7$
654,25	0,11	$+3{,}4 \times 10^7$
656,44 [1]	0,28	$-8{,}6 \times 10^7$
657,16	Verschiebung nach dem roten Ende um 0,1	
658,10 [1]	0,12	$+3{,}6 \times 10^7$
	Tysonit.	
	Größenordnung der Verschiebung	
399,5	0,1 bis 0,2	Elektronen +
507,5 [1]	0,1	" +
510,9 [1]	0,1	" −
517,6 [2]	0,06	" +
523,4 [2]	0,06	" −
674,2 [1]	0,1	" −

1) Starke Bande. 2) Sehr starke Bande.

Xenotims und für Tysonit. Die Verschiebungen der feinen Banden konnten mit Hilfe eines Okularmikrometers genau gemessen werden, dagegen sind die Werte für die breiten Banden nur angenäherte.

Berechnet man, wie früher, das Magnetfeld durch Messung des durch eine zwischen die Pole gebrachte Spule gehenden Flusses, so erhält man wahrscheinlich einen zu großen Wert, da das Feld zwischen den durchbohrten Polen nicht gleichförmig ist und der Kristall sich in dem Gebiet befindet, wo die Feldstärke am kleinsten ist. Beachtet man, was übrigens bei der Ausführung der Theorie noch nachgewiesen werden wird, daß bei den feinen Banden die Verschiebung für einen und denselben Wert der Feldstärke gleich dem Abstand des Dupletts sein muß, das man erhält, wenn das Lichtstrahlenbündel normal und die optische Achse parallel zur Feldrichtung verläuft, und daß überdies dieser Abstand der Feldstärke proportional ist, so kann man durch genaue Messung der Verschiebung zwischen den Komponenten der feinen Bande bei 522,15 $\mu\mu$ und Vergleichung dieser Verschiebung mit dem Abstande in dem früher (I, 1, a) beobachteten Duplett einen genaueren Wert für die magnetische Feldstärke an dem Orte, wo der Kristall sich befindet, erhalten. Für die in der vorstehenden Tabelle enthaltenen Werte wurde der Wert der Feldstärke mit der Spule gemessen zu 16320 Einheiten ermittelt, während er, aus der Verschiebung der Bande bei 522,15 $\mu\mu$ bestimmt, nur 14300 Einheiten betragen würde. Dieser letztere Wert ist wahrscheinlich richtiger. Ich habe in der Tabelle die Näherungswerte für das Verhältnis zwischen Ladung und Masse der Elektronen angegeben und dabei für die Feldstärke den Wert von 14300 Einheiten angenommen.

III.

Magnetische Rotationspolarisation.

Die Erscheinungen der magnetischen Rotationspolarisation am Xenotim sind eng verknüpft mit den Änderungen, welche die Absorptionsbanden in einem Magnetfelde erleiden.

Der folgende Versuch veranschaulicht die magnetische Rotationspolarisation in einer senkrecht zur optischen Achse geschnittenen Platte: Man läßt auf eine Platte von ungefähr 1 mm Dicke ein geradlinig polarisiertes weißes Lichtbündel fallen. Ein vor den Spalt des Spektroskops aufgestelltes Kalkspathomboeder ergibt im Okular zwei aneinander stoßende Bilder, die in zwei zueinander senkrechten Richtungen polarisiert sind und dieselbe Intensität haben, wenn der Polarisator passend eingestellt ist. Erregt man nun ein Magnetfeld von ungefähr 15000 Einheiten, dessen Kraftlinien

parallel zu dem einfallenden Lichtbündel und zur optischen Achse der Kristallplatte verlaufen, so sieht man, wie die Banden des ordentlichen Spektrums ihr Aussehen verändern. In einem der Bilder im Okular werden alle Banden, welche negativen Elektronen entsprechen, dunkler in der Mitte, enger und schärfer, wobei die Helligkeit an den Kanten zunimmt, dagegen werden die Banden der positiven Elektronen blasser und scheinen sich zu verbreitern. In dem anderen Bilde findet das Gegenteil statt, und die Erscheinung kehrt sich um, sobald die Richtung des Magnetfeldes umgekehrt wird.

Fig. 8.

Magnetische Rotationspolarisation.
Erstes Spektrum des Rowlandschen Gitters.
a) 650,56 $\mu\mu$; b) 658,10 $\mu\mu$.
Magnetfeld: 13200 C.G.S.-Einheiten.

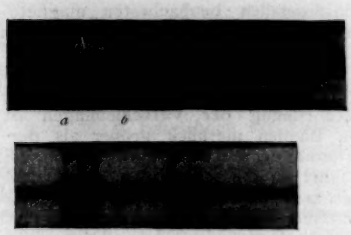

Fig. 9.

1. Magnetische Rotationspolarisation.
2. Magnetische Zirkular-Doppelbrechung.
Zweites Spektrum des Rowlandschen Gitters.
a) 520,65 $\mu\mu$; b) 522,15 $\mu\mu$.
Magnetfeld: 14000 C.G.S.-Einheiten.

Die Figuren 8 und 9 geben diese Erscheinung wieder. Man beobachtet also, daß zu beiden Seiten jeder der Banden, die eine Verschiebung zwischen den beiden Komponenten aufweisen, welche entgegengesetzt gerichteten Zirkularschwingungen entsprechen, das Drehungsvermögen positiv (im Sinne des magnetisierenden Stromes drehend) ist, wenn die Bande negativen Elektronen entspricht, und negativ, wenn die Bande positiven Elektronen entspricht. In der Mitte jeder Bande, oder im Innern des von den Komponenten gewisser Banden gebildeten Dupletts, ist der Sinn der Rotation entgegengesetzt dem Sinne der Rotation außerhalb der Bande.

Die magnetische Rotationspolarisation muß aus der Phasendifferenz zweier entgegengesetzt gerichteter Zirkularschwingungen bei erregtem Magnetfeld entstehen, und diese Phasendifferenz kann man durch eine Abänderung des Seite 635 beschriebenen Versuchs von Voigt und Wiechert veranschaulichen, wenn man vor den Kompensator eine um 45° gegen den Kompensator geneigte Viertelwellenlängenplatte bringt. Man kann dann feststellen, daß die schwarzen Transversallinien, die man im Spektrum beobachtet, sich in der Nachbarschaft der Banden verschieben (siehe Figur 9). Es entsteht also unter dem Einfluß des Feldes eine Phasendifferenz zwischen zwei Zirkularschwingungen, welche durch die Viertelwellenlängenplatte in zu den Hauptrichtungen des Kompensators parallele geradlinige Schwingungen verwandelt worden sind. Diese Methode hat zu denselben Schlußfolgerungen geführt wie die unmittelbare Beobachtung des Drehungsvermögens.

Man findet also beim Xenotim dasselbe Dispersionsgesetz wieder, wie beim Natriumdampf. Man beobachtet ferner, daß der Sinn des Drehungsvermögens abhängt von dem Sinne, in welchem die Komponenten der Bande verschoben werden, das heißt vom Vorzeichen der Ladung der Elektronen. Nach der Hypothese vom Vorkommen positiver und negativer Elektronen zeigt also dieser Versuch den Einfluß der Wirbelbewegung der Elektronen auf die Fortpflanzung des Lichtes im Kristall.

Diese Erscheinungen, die am Xenotim nur in der unmittelbaren Nachbarschaft oder im Innern der Banden zu sehen sind, haben mich dazu geführt, die anomale Dispersion, welche man in einem Kristall beobachten kann, nach der folgenden Methode zu untersuchen: Eine parallel zur Achse geschnittene Platte wird so angeordnet, daß ihre Hauptrichtungen parallel zu denen eines Babinetschen Kompensators sind, der, wie früher, zwischen zwei — parallelen oder gekreuzten — Nicols derart angebracht ist, daß der mittlere Streifen normal zum Spalt verläuft. Man beobachtet im Spektrum an Stelle der Fizeau- und Foucaultschen Streifen schräge Linien, die beim Schnitt mit den Absorptionsstreifen stark verschoben sind. In der Nachbarschaft der Banden besteht also eine anomale Doppelbrechung, das heißt für die Banden, welche dem ordentlichen und dem außerordentlichen Spektrum nicht gemeinsam sind, eine anomale Dispersion entweder der ordentlichen oder der außerordentlichen Schwingung, je nachdem, welchem Spektrum die betrachtete Bande angehört. Für die den beiden Spektren gemeinsamen Banden ist die

anomale Doppelbrechung die Differenz der anomalen Dispersionen in den beiden Spektren.

Man kann so die anomale Dispersion untersuchen, und man findet beim Xenotim und beim Tysonit, daß der Sinn der Dispersion vom Vorzeichen der Elektronen unabhängig ist. Beim Übergang vom Rot zum Violett nehmen die Brechungsindizes außerhalb aller Banden zu und innerhalb ab. Dieser Schluß steht im Einklang mit der Theorie, die in einer späteren Abhandlung entwickelt werden soll, und gemäß welcher die Dispersion von dem Quadrate der Ladung abhängt.

Die Tysonitkristalle zeigen im ganzen Spektrum ein beträchtliches negatives Drehungsvermögen (18^0 für $\lambda = 510\,\mu\mu$ bei einer Schichtdicke von 1,7 mm und in einem Felde von 14000 Einheiten). Dieses Drehungsvermögen ändert sich etwas schneller als der reziproke Wert des Quadrates der Wellenlänge. In der Nachbarschaft der Banden, die sich als empfänglich für den Einfluß des Magnetfeldes erwiesen haben, beobachtet man, wenn auch viel schwerer, eine Erscheinung, die der am Xenotim beobachteten identisch ist, nämlich eine Zunahme der negativen Drehung im Innern der Banden negativer Elektronen und eine Abnahme im Innern der Banden positiver Elektronen. Man kann diese Erscheinung beobachten, wenn man den Polarisator so einstellt, daß die von dem Kalkspathromboeder entworfenen Bilder zu beiden Seiten der betrachteten Bande dieselbe Intensität aufweisen, wenn das Feld erregt ist. Man findet dann, wie beim Xenotim, daß die Banden in den beiden Bildern nicht dasselbe Aussehen haben.

Der Zusammenhang zwischen der magnetischen Rotationspolarisation und den Veränderungen der Banden tritt ferner deutlich zutage in der Nachbarschaft der Bande des Xenotims bei $657{,}16\,\mu\mu$, die, wie wir bereits gesehen haben, ein anomales Verhalten zeigt und für die der Absorption der beiden entgegengesetzt drehenden Schwingungen entsprechenden Komponenten keine Wellenlängendifferenz, sondern eine Intensitätsdifferenz gibt. Bei dieser Bande ist das Drehungsvermögen in der Mitte null, auf der violetten Seite positiv und auf der roten Seite negativ. Die Rotationsdispersion hat dieselbe Form wie die anomale Dispersion.

Dieses Ergebnis erklärt sich sehr leicht, wenn man beachtet, daß die Ungleichheit der Absorption zweier Zirkularschwingungen eine Veränderung der beiden Kurven für die anomale Dispersion mit sich bringt, und daß die Änderung als Funktion der Differenz der Indizes für Rechts- und Linksdrehung dieselbe Form haben muß, wie jede der Dispersionskurven. Es bedarf übrigens nur einer schwachen Differenz in der Intensität der Absorption für die rechts- und linksdrehenden Schwingungen, um ein merkliches Drehungsvermögen wachzurufen. Daher ändert sich in der Nähe von $657{,}16\,\mu\mu$ das magnetische Drehungsvermögen sehr rasch, trotz der geringen Intensität der Bande.

Aus all diesen Beobachtungen zusammen ergibt sich, daß das Phänomen der magnetischen Rotationspolarisation durchaus von der Wirbelbewegung herzurühren scheint, welche die zur selektiven Absorption Anlaß gebenden Elektronen in einem Magnetfelde annehmen, und daß dieses Phänomen auf der gleichzeitigen Wirkung der anomalen Dispersion und der Veränderungen beruht, welchen die Absorptionsbanden unterworfen sind. Diese Versuche haben Beispiele für verschiedene Arten der Rotationsdispersion geliefert und gleichzeitig gezeigt, welcher Art von Veränderung der entsprechenden Bande jede dieser Arten sich zugesellt.

IV.

Schlußfolgerungen.

Fassen wir nun das vorstehend Gesagte zusammen, so haben die an den Xenotim- und Tysonitkristallen beobachteten magneto-optischen Erscheinungen zu folgenden neuen Ergebnissen geführt:

1. Die Absorptionsbanden dieser Kristalle werden durch ein Magnetfeld verändert. Die Größenordnung der Verschiebungen ist bei vielen Banden merklich größer als der entsprechende bei den Dämpfen beobachtete Effekt. Das führt zu der Anschauung, daß das Verhältnis zwischen Ladung und Masse für gewisse Elektronen ungefähr neunfach größer ist als für die Kathodenstrahlteilchen.

2. Der Sinn des Phänomens entspricht bei gewissen Banden Elektronen mit positiver Ladung.

3. Die Veränderungen, welche man, wenn das Lichtstrahlenbündel sich senkrecht zu den Kraftlinien fortpflanzt, bei der Absorption normal zur Feldrichtung und zur optischen Achse verlaufender Schwingungen beobachtet, hängen von der Stellung der Achse zur Feldrichtung ab. Diese Abhängigkeit zeigt experimentell, daß es bei Kristallen, die unter der Einwirkung eines Magnetfeldes stehen, nicht genügt, nur die senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung des Lichtes verlaufenden Bewegungen zu betrachten, daß man vielmehr auch die parallel zur Fortpflanzungsrichtung des Strahlenbündels verlaufenden Bewegungen mit in den Kreis der Betrachtungen ziehen muß.

4. Das Spektrum der zur Feldrichtung parallelen Schwingungen erfährt gleichfalls außergewöhnlich große und meist unsymmetrische Veränderungen.

5. Die vielfach wechselnden Zeichen magnetischen Drehungsvermögens in der Nachbarschaft der Banden sind eine Folge der Veränderungen dieser Banden und der entsprechenden anomalen Dispersion.

In der folgenden Untersuchung werden wir sehen, wie die Theorie dieser Erscheinungen ermöglicht, die meisten der beobachteten Effekte mit größerer Genauigkeit zu erklären.

7. Februar 1907.

Zweiter Teil.

I.

Man kann sich über die hauptsächlichen Versuchsergebnisse durch eine Verallgemeinerung der Theorie Rechenschaft geben, welche W. Voigt zur Erklärung des Zeeman-Phänomens in isotropen Körpern mit unendlich feinen Absorptionsbanden gegeben hat.[1])

Für den Fall der Kristalle muß man die Veränderlichkeit der optischen Eigenschaften je nach der Orientierung der Lichtschwingung im Innern der Substanz berücksichtigen. Andererseits darf man in einem festen Körper im allgemeinen die Breite der Banden nicht vernachlässigen.[2])

Nehmen wir einen Kristall, durch den ein Lichtstrahlenbündel hindurchgeht. Es seien X, Y, Z; L, M, N die Komponenten der elektrischen und der magnetischen Kraft, deren Sitz der Äther im Innern der Substanz wird. Mit $\mathfrak{X}, \mathfrak{Y}, \mathfrak{Z}$; $\mathfrak{L}, \mathfrak{M}, \mathfrak{N}$ bezeichnen wir die Komponenten der elektrischen und der magnetischen Polarisation. Die elektrische Polarisation ist die Resultierende aus zwei Vektoren. Der eine von diesen, X, Y, Z, ist die elektrische Kraft, die dem freien Äther entspricht, und der andere, $\Sigma\mathfrak{X}_h$, $\Sigma\mathfrak{Y}_h$, $\Sigma\mathfrak{Z}_h$, bringt die Wirkung der ponderablen Materie zum Ausdruck:

$$\left.\begin{aligned}\mathfrak{X} &= X + \Sigma\mathfrak{X}_h,\\ \mathfrak{Y} &= Y + \Sigma\mathfrak{Y}_h,\\ \mathfrak{Z} &= Z + \Sigma\mathfrak{Z}_h.\end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

Jede Gruppe von Komponenten $\mathfrak{X}_h$, $\mathfrak{Y}_h$, $\mathfrak{Z}_h$ stellt eine elektrische Kraft dar, die durch eine Gesamtheit von Elektronen h, die von gleicher Natur und mit der Fähigkeit, Eigenschwingungen zu erzeugen, begabt sind, erzeugt wird. Wir wollen diese Kräfte partielle Polarisationen nennen.

1) W. Voigt, Wied. Ann. **67**, 346, 1899; Ann. d. Phys. (4) **6**, 784, 1901; **8**, 872, 1902.

2) Jean Becquerel, C. R. **143**, 769, 890, 962, 1133, 1906. Zu der Zeit, als ich seine älteren Theorien in dieser Weise verallgemeinerte, hat Herr Voigt seinerseits, ohne daß ich davon Kenntnis gehabt hätte, dieselbe Arbeit unternommen und deren Ergebnisse im Dezember letzten Jahres in den Göttinger Nachrichten veröffentlicht. Herrn Voigts Ergebnisse sind in einer abweichenden Form dargestellt und in gewissen Punkten allgemeiner, stimmen aber sehr gut mit den Ergebnissen überein, die ich in den C. R. veröffentlicht habe, und die ich hier nun mit allen Einzelheiten ausführlich mitteile.

Wir haben andererseits die Hertzschen Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial t} &= v\left(\frac{\partial Y}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial y}\right),\\ &\cdots\cdots\\ \frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial t} &= v\left(\frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z}\right),\\ &\cdots\cdots\end{aligned}\right\}$$

in denen v die Lichtgeschwindigkeit im Äther bedeutet.

Für die Lichtschwingungen können wir schreiben:

$$\left.\begin{aligned}\mathfrak{L} &= L,\\ \mathfrak{M} &= M,\\ \mathfrak{N} &= N\end{aligned}\right\},$$

und die Hertzschen Gleichungen gehen dann über in:

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial^2 \mathfrak{X}}{\partial t^2} &= v^2\left[\Delta X - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z}\right)\right],\\ \frac{\partial^2 \mathfrak{Y}}{\partial t^2} &= v^2\left[\Delta Y - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z}\right)\right],\\ \frac{\partial^2 \mathfrak{Z}}{\partial t^2} &= v^2\left[\Delta Z - \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z}\right)\right].\end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

Wir wollen uns vorstellen, daß die Elektronen nach den drei aufeinander senkrechten Richtungen, die wir zu Koordinatenachsen wählen, verschiedene und voneinander unabhängige Bewegungen besitzen. Wir wollen weiter annehmen, daß diese drei Richtungen für alle Elektronen dieselben seien, und daß sie von der Periode der Lichtbewegung unabhängig seien. Jede Komponente einer der partiellen Polarisationen ist mit der Komponente der elektrischen Kraft nach derselben Achse durch eine Differentialgleichung von derselben Form wie die Gleichung der gedämpften Pendelschwingung verbunden. Wir haben infolgedessen das nachstehende System von Differentialgleichungen:

$$\left.\begin{aligned}\mathfrak{X}_h + a_{1h}\frac{\partial \mathfrak{X}_h}{\partial t} + b_{1h}\frac{\partial^2 \mathfrak{X}_h}{\partial t^2} &= \varepsilon_{1h} X,\\ \mathfrak{Y}_h + a_{2h}\frac{\partial \mathfrak{Y}_h}{\partial t} + b_{2h}\frac{\partial^2 \mathfrak{Y}_h}{\partial t^2} &= \varepsilon_{2h} Y,\\ \mathfrak{Z}_h + a_{3h}\frac{\partial \mathfrak{Z}_h}{\partial t} + b_{3h}\frac{\partial^2 \mathfrak{Z}_h}{\partial t^2} &= \varepsilon_{3h} Z.\end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Die Größen a, b, c sind positive Konstanten, die im allgemeinsten Falle von einer Gleichung zur anderen verschieden sein müssen.

Aus diesen Gleichungen, die in sehr allgemeiner Form dargestellt sind, erhellt die Bedeutung der verschiedenen Parameter nicht auf den ersten Blick. Es erscheint mir deshalb im

Interesse einer klaren Darstellung als zweckmäßig, diese Gleichungen mit den aus der Lorentzschen Theorie sich ergebenden[1]) zu vergleichen.

Es seien x, y, z die Komponenten der Verschiebung eines Elektrons mit der Ladung e. Bezeichnen wir dann mit $\mathfrak{E}'$ die elektrische Kraft an dem Punkte, wo sich das Elektron befindet, so können wir folgendes System ansetzen:

$$\left.\begin{aligned} m_1 \frac{d^2x}{dt^2} &= e\mathfrak{E}'_x - f_1 x - g_1 \frac{dx}{dt}, \\ m_2 \frac{d^2y}{dt^2} &= e\mathfrak{E}'_y - f_2 y - g_2 \frac{dy}{dt}, \\ m_3 \frac{d^2z}{dt^2} &= e\mathfrak{E}'_z - f_3 z - g_3 \frac{dz}{dt}, \end{aligned}\right| \qquad (4)$$

Die träge Masse des Elektrons ist mindestens teilweise elektromagnetisch und hängt von der Geschwindigkeit und vielleicht auch von der Gestalt des Elektrons und von der Richtung ab, nach welcher es sich bewegt. Wir haben deshalb der größeren Verallgemeinerung wegen nach den drei Achsen verschiedene Massen m_1, m_2, m_3 angenommen.

$f_1 x$, $f_2 y$, $f_3 z$ stellen den Komponenten der Verschiebung proportionale elastische Kräfte dar, welche das Elektron in seine Gleichgewichtslage zurückzubringen streben; $g_1 \frac{dx}{dt}$, $g_2 \frac{dy}{dt}$, $g_3 \frac{dz}{dt}$ sind Kräfte, welche Reibungskräften vergleichbar sind, und welche den Geschwindigkeitskomponenten proportional und nach den drei Achsen verschieden sind.

Wie Lorentz nachweist, sind diese Gleichungen gültig, wenn x, y, z, $\mathfrak{E}'$ Mittelwerte bezeichnen, welche für die Moleküle gelten, die in einem Raume liegen, dessen Dimensionen sehr groß gegenüber den Molekularabständen, aber sehr klein gegenüber der Wellenlänge sind. Die elektrische Kraft $\mathfrak{E}$, deren Sitz der Äther ist, wenn ein Lichtstrahlenbündel durch den Körper hindurch geht, ist verschieden von dem Mittelwerte von $\mathfrak{E}'$, und wir haben:

$$\mathfrak{E}' = \mathfrak{E} + \alpha M,$$

wo α ein positiver Koeffizient ist, dessen Wert unbestimmt bleiben kann, und wo M das elektrische Moment bezeichnet, dessen Komponenten

$$\left.\begin{aligned} M_x &= Nex, \\ M_y &= Ney, \\ M_z &= Nez \end{aligned}\right|$$

sind, wenn wir mit N die Anzahl der Elektronen in der Raumeinheit bezeichnen.

Führen wir in die Gleichungen (4) das elektrische Moment ein, so können wir sie in folgender Form schreiben:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{E}_x + \alpha M_x = \frac{f_1}{e^2 N} M_x + \frac{g_1}{e^2 N} \frac{\partial M_x}{\partial t} \\ + \frac{m_1}{e^2 N} \frac{\partial^2 M_x}{\partial t^2}; \\ - \quad - \quad - \quad - \end{aligned}\right| \qquad (5)$$

In dieser Form sind die Gleichungen (5) identisch mit den Gleichungen (3). Es ist nämlich

$$\mathfrak{E} = X,$$

und andererseits ist M_x proportional der Komponente $\mathfrak{X}_h$ der von den Elektronen h herrührenden elektrischen Kraft:

$$\mathfrak{X}_h = 4\pi v^2 M_x.$$

Setzen wir unter diesen Verhältnissen die Gleichungen der Systeme (3) und (5) einander gleich, so erhalten wir die Beziehungen:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{X}_h &= 4\pi v^2 M_x = 4\pi v^2 Ne x, \\ \varepsilon_{1h} &= \frac{4\pi v^2 e^2 N}{m_1} b_{1h}, \\ a_{1h} &= \frac{b_{1h} g_1}{m_1}, \\ - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \end{aligned}\right| \qquad (6)$$

Andererseits würde die Periode der Eigenbewegung von $\mathfrak{X}_h$, wenn die Dämpfung a_{1h} null wäre, gleich $2\pi\sqrt{b_{1h}}$ sein. Wenn a_{1h} sehr klein gegenüber $\sqrt{b_{1h}}$ ist, so können wir die Zunahme der Periodendauer infolge der Dämpfung vernachlässigen und $2\pi\sqrt{b_{1h}}$ als die Periode der Eigenbewegung der Elektronen h in der x-Richtung betrachten.

Die Beziehungen (6) geben also nach der Elektronentheorie die Bedeutung der verschiedenen Glieder der Formeln (3), auf welche wir jetzt zurückgehen wollen, weil sie den Vorteil haben, allgemeiner und daher vom Mechanismus der Schwingungen unabhängiger zu sein.

Nehmen wir an, eine ebene und homogene Lichtwelle pflanze sich in einer der Hauptrichtungen, beispielsweise in der x-Richtung, fort. Wir können für X, Y, Z und für alle $\mathfrak{X}_h$, $\mathfrak{Y}_h$, $\mathfrak{Z}_h$ den reellen Teil einer Funktion von der Form

$$\mathfrak{A} e^{i\left(t - \frac{x}{o}\right)\frac{1}{\vartheta}}$$

nehmen, wo x die Koordinate ist, die die Lage der Welle zur Zeit t bestimmt, $\mathfrak{A}$ eine komplexe Konstante, $2\pi\vartheta$ die Periode der Lichtbewegung, endlich o die komplexe Fortpflanzungsgeschwindigkeit bezeichnet. Bezeichnet man nun mit ω die reelle Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Welle in dem Kristall und mit $\varkappa$ den Absorp-

1) Lorentz, Rapport au Congrès International de Physique **3**, 16, 1900; diese Zeitschr. **1**, 39, 1899; **2**, 88, 1900.

tionskoeffizienten, so erhält man die Beziehung

$$\varrho = \frac{\omega}{1 - i\varkappa}. \tag{7}$$

Ersetzen wir in den Systemen (2) und (3) die X, Y, Z und $\mathfrak{X}_k, \mathfrak{Y}_k, \mathfrak{Z}_k$ durch diese imaginären Funktionen, so ergeben die Hertzschen Gleichungen das neue System:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{X} &= 0, \\ \mathfrak{Y} &= \left(\frac{v}{\varrho}\right)^2 Y, \\ \mathfrak{Z} &= \left(\frac{v}{\varrho}\right)^2 Z. \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

Andererseits geht das System (3) in

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{X}_k \Theta_{1k} &= \varepsilon_{1k} \partial^2 X, \\ \mathfrak{Y}_k \Theta_{2k} &= \varepsilon_{2k} \partial^2 Y, \\ \mathfrak{Z}_k \Theta_{3k} &= \varepsilon_{3k} \partial^2 Z \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

über, wenn man

$$\left.\begin{aligned} \Theta_k &= \partial^2 + i\partial\partial_k - \partial_{ok}^2, \\ \partial'_k &= a_k, \\ \partial_{ok}^2 &= b_k \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

setzt.

Aus den Formeln (9) können wir $\mathfrak{X}_k, \mathfrak{Y}_k, \mathfrak{Z}_k$ ausziehen. Bilden wir die Summen der Komponenten aller partiellen Polarisationen für die Elektronen aller Arten, die in dem Kristall vorkommen, und setzen wir diese Summen in die Gleichungen (1) ein, wo $\mathfrak{X}, \mathfrak{Y}, \mathfrak{Z}$ die aus dem System (8) gewonnenen Werte haben, so erhalten wir das neue System:

$$\left.\begin{aligned} X &= 0, \\ Y\left[\left(\frac{v}{\varrho}\right)^2 - 1 - \sum \frac{\varepsilon_{2k}\partial^2}{\Theta_{2k}}\right] &= 0, \\ Z\left[\left(\frac{v}{\varrho}\right)^2 - 1 - \sum \frac{\varepsilon_{3k}\partial^2}{\Theta_{3k}}\right] &= 0. \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

Die erste Gleichung dieses Systems zeigt im Verein mit den ersten Gleichungen der Systeme (8) und (1), daß X, $\mathfrak{X}$ und alle $\mathfrak{X}_k$ null sind, das heißt, daß im Innern des Kristalls alle Bewegungen transversal verlaufen.

Die beiden letzten Gleichungen des Systems (11) sagen aus, daß X, Y und Z nicht gleichzeitig Null sein können, oder daß

$$Y = 0$$

und

$$Z \neq 0,$$

oder daß

$$Z = 0$$

und

$$Y \neq 0$$

ist, das heißt, daß die Bewegungen, die sich im Innern in der x-Richtung fortpflanzen, parallel zur y- und zur z-Richtung sind. Die Fresnelschen Schwingungen sind also nach den Hauptrichtungen oy und oz polarisiert.

Nehmen wir an, daß

$$Y \neq 0$$

ist, so ergibt die zweite Gleichung des Systems (11):

$$\left(\frac{v}{\varrho}\right)^2 - 1 - \sum \frac{\varepsilon_{2k}\partial^2}{\Theta_{2k}} = 0.$$

Trennen wir in dieser Gleichung den reellen und den imaginären Teil voneinander, so erhalten wir die Gleichungen, welche den Brechungsindex $n_y = \frac{\varrho}{\omega}$ und den Absorptionskoeffizienten $\varkappa_y$ für eine Fresnelsche Schwingung von der Periode $2\pi\partial$ und parallel zur y-Richtung bestimmen:

$$\left.\begin{aligned} n_y^2(1 - \varkappa_y^2) &= 1 + \sum \frac{\varepsilon_{2k}\partial^2(\partial^2 - \partial_{o2k}^2)}{(\partial^2 - \partial_{ok}^2)^2 + \partial^2\partial'^2_{2k}}, \\ 2n_y^2\varkappa_y &= \sum \frac{\varepsilon_{2k}\partial^3\partial'_{2k}}{(\partial^2 - \partial_{o2k}^2)^2 + \partial^2\partial'^2_{2k}}. \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

In derselben Weise werden der Brechungsindex n_z und der Absorptionskoeffizient $\varkappa_z$ für eine Schwingung parallel zu oz bestimmt durch die Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} n_y^2(1 - \varkappa_z^2) &= 1 + \sum \frac{\varepsilon_{3k}\partial^2(\partial^2 - \partial_{o3k}^2)}{(\partial^2 - \partial_{o3k}^2)^2 + \partial^2\partial'^2_{3k}}, \\ 2n_z^2\varkappa_z &= \sum \frac{\varepsilon_{3k}\partial^3\partial'_{3k}}{(\partial^2 - \partial_{o3k}^2)^2 + \partial^2\partial'^2_{3k}}. \end{aligned}\right\}$$

Würde sich das Licht längs oy oder oz fortpflanzen, so würde man analoge Formeln für die Berechnung des Brechungsindex und des Absorptionskoeffizienten einer parallel zur x-Achse erfolgenden Schwingung erhalten.

Wenn ∂' hinreichend klein gegenüber ∂_o ist (und das ist der Fall für die Absorptionsbanden, selbst der breitesten, der Kristalle, welche seltene Erden enthalten), so geht das Produkt $n^2\varkappa$ für einen Wert von ∂ der außerordentlich nahe an jedem der ∂_o liegt, durch ein Maximum. Dagegen ist $n^2(1 - \varkappa^2)$, eine Zahl sehr nahe gleich n^2, für jedes $\partial = \partial_o$ ein Minimum. Wir können also sagen, daß die Worte $\partial = \partial_o$ die Maxima von $\varkappa$ geben und daß die Wellenlängen der Absorptionsmaxima für die Fresnelschen Schwingungen parallel zu oy gleich $2\pi v\partial_{o2}$ und für die Schwingungen parallel zu oz gleich $2\pi v\partial_{o3}$ sind.

Um uns von den Veränderungen von $\varkappa$ um die Mitte einer Bande k Rechenschaft zu geben, setzen wir $\delta = \partial - \partial_{ok}$ und vernachlässigen δ gegenüber ∂. Ist die Bande k ganz getrennt von den übrigen Banden und hinreichend fein, so können wir die von diesen übrigen Banden abhängigen Glieder in den Formeln (12) als konstant betrachten, und wir können auch in dem Produkt $n^2\varkappa$ den Index n, dessen Änderungen gegenüber denen von $n^2\varkappa$ sehr klein sind, als konstant ansehen.

Unter diesen Umständen können wir schreiben:

$$\varkappa = K \frac{\varepsilon_h \vartheta'_h \vartheta_{\sigma h}}{4\vartheta^2 + \vartheta'^2_h}. \qquad (13)$$

Diese Formel gibt die physikalische Bedeutung des Dämpfungskoeffizienten

$$\vartheta'_h = a_h,$$

den wir die Breite der Bande nennen können. Von diesem Koeffizienten hängt nämlich tatsächlich die Abnahme der Absorption zu beiden Seiten des Maximums ab, und $2\pi\vartheta'_h$ stellt die Differenz der Perioden zweier Schwingungen dar, für welche sich der Absorptionskoeffizient zu beiden Seiten des Maximums auf einen Wert gleich der Hälfte seines Höchstwertes reduziert.

Aus den vorstehenden Formeln ergibt sich, daß die Hypothese von drei unabhängigen Bewegungen in drei zueinander senkrechten Richtungen für dieselben Elektronen die Doppelbrechung und das Vorhandensein dreier Hauptabsorptionsspektren in den nicht isotropen Körpern zu erklären gestattet.[1]) Sind für zwei der Achsen die Koeffizienten der Gleichungen (3), also die ϑ_σ und die denselben Elektronen entsprechenden ϑ' und ε nach den beiden Richtungen gleich für alle Elektronen, so sind zwei der Hauptspektren identisch. Man erhält dann nur zwei verschiedene Spektren, ein ordentliches Spektrum für alle Schwingungen normal zur dritten Achse, welche die optische Achse des Kristalles ist, und ein außerordentliches Spektrum für die Schwingungen parallel zu dieser Achse.

Es wäre von Bedeutung, die drei von denselben Elektronen herrührenden Banden, die einander in den drei Hauptspektren entsprechen, einander zuordnen zu können. Wenn diese Spektren gemeinsame Banden haben, die merklich dieselbe Lage einnehmen, wenn sie auch verschiedene Intensität und Breite haben, so ist die Annahme naturgemäß, daß diese Banden von denselben schwingenden Teilchen herrühren; indessen gestattet die einfache Beobachtung der Hauptspektren keinen sicheren Schluß in dieser Hinsicht. Wir werden sehen, daß die Veränderungen, welche die Banden in einem Magnetfelde erleiden, eine Abhängigkeit zwischen den verschiedenen Spektren zuwege bringen, eine Abhängigkeit, die sich aus der Beziehung ergibt, welche das Magnetfeld zwischen senkrecht zueinander erfolgenden Bewegungen herstellt. Das Studium der magneto-optischen Erscheinungen könnte somit zur Bestimmung der Banden dienen, die einander in den Hauptspektren entsprechen.

1) Henri Becquerel, Ann. de Chim. et de Phys. (6) 14, 1888.

II.

Fortpflanzung des Lichtes senkrecht zu den Kraftlinien eines Magnetfeldes.

Bringen wir einen Kristall in ein Magnetfeld R, das zu einer der Hauptrichtungen, beispielsweise zur z-Richtung, parallel ist. Dann werden wir in die Gleichungen des Systems (4) eine neue Kraft normal zum Magnetfelde einführen müssen, deren Komponenten in der x- und y-Richtung beziehungsweise proportional den Geschwindigkeitskomponenten des Elektrons in der x- und der y-Richtung sind. Die neuen Gleichungen lauten:

$$\left.\begin{aligned} m_1 \frac{d^2x}{dt^2} &= e\mathfrak{E}'_x - f_1 x - g_1 \frac{dx}{dt} + eR\frac{dy}{dt}, \\ m_2 \frac{d^2y}{dt^2} &= e\mathfrak{E}'_y - f_2 y - g_2 \frac{dy}{dt} - eR\frac{dx}{dt}. \end{aligned}\right\} \qquad (14)$$

Ebenso treten an die Stelle der ersten Gleichungen des Systems (3) die folgenden:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{X}_h + a_{1h}\frac{\partial \mathfrak{X}_h}{\partial t} + b_{1h}\frac{\partial^2 \mathfrak{X}}{\partial t^2} + c_{1h}\frac{\partial \mathfrak{Y}_h}{\partial t} &= \varepsilon_{1h} X, \\ \mathfrak{Y}_h + a_{2h}\frac{\partial \mathfrak{Y}_h}{\partial t} + b_{2h}\frac{\partial^2 \mathfrak{Y}}{\partial t^2} - c_{2h}\frac{\partial \mathfrak{X}_h}{\partial t} &= \varepsilon_{2h} Y. \end{aligned}\right\} \qquad (15)$$

Aus der Vergleichung der Systeme (14) und (15) ergibt sich nach dem Vorausgegangenen die Bedeutung der Parameter c_{1h} und c_{2h}:

$$\left.\begin{aligned} c_{1h} &= -\frac{e_h}{m_{1h}}\vartheta^2_{\sigma 1h}, \\ c_{2h} &= -\frac{e_h}{m_{2h}}\vartheta^2_{\sigma 2h}. \end{aligned}\right\} \qquad (16)$$

Wenn die Perioden $\vartheta_{\sigma 1}$ und $\vartheta_{\sigma 2}$ einander sehr nahe sind, das heißt, wenn in den Spektren ox und oy einander entsprechende Banden nicht weit voneinander liegen, wenn ferner die Massen m_1 und m_2 dieselben sind, eine Annahme, die naturgemäß erscheint, so sind c_1 und c_2 einander sehr nahezu gleich, und man könnte dann in beiden Gleichungen denselben Parameter nehmen. Wir werden nichtsdestoweniger verschiedene Parameter beibehalten, um den Gleichungen nichts von ihrer Allgemeinheit zu nehmen.

Der Versuch hat gezeigt, daß nicht nur das Spektrum der zur Feldrichtung normalen Schwingungen, sondern auch das Spektrum der zur Feldrichtung parallelen Schwingungen durch das Magnetfeld verändert wird. Wir können uns von diesem Longitudinaleffekt des Feldes in der Weise Rechenschaft geben, wie es Voigt getan hat, nämlich wenn wir annehmen, daß das Elektron nicht nur einer zu seiner Geschwindigkeit und zu den Kraftlinien normalen Kraft unterliegt, sondern außerdem noch eine Störung anderer Art erfährt, und daß ein neuer Vektor $\mathfrak{d}_h$ auftritt. Dieser zur Feldrichtung

parallele Vektor $\mathfrak{z}_k$ strahlt nicht; er steht unter dem Einfluß des Feldes mit der Komponente $\mathfrak{Z}_k$ der partiellen Polarisation durch die Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{Z}_k + a_{3k}\frac{\partial \mathfrak{Z}_k}{\partial t} + b_{3k}\frac{\partial^2 \mathfrak{Z}_k}{\partial t^2} + d_k \mathfrak{z}_k &= \varepsilon_{3k} Z, \\ \mathfrak{z}_k + a_k \frac{\partial \mathfrak{z}_k}{\partial t} + b_{3k}\frac{\partial^2 \mathfrak{z}_k}{\partial t^2} + d_k \mathfrak{Z}_k &= 0 \end{aligned}\right\} \quad (17)$$

in Zusammenhang. Hier ist d_k eine Funktion, die mit dem Magnetfelde zugleich verschwindet.

Nehmen wir an, eine ebene Welle pflanze sich normal zu den Kraftlinien längs ox fort, und ersetzen wir, wie zuvor, X, Y, Z, alle $\mathfrak{X}_k$, $\mathfrak{Y}_k$, $\mathfrak{Z}_k$, und ferner $\mathfrak{z}_k$ durch Funktionen von der Form

$$\mathfrak{A} e^{i\left(t-\frac{x}{v}\right)\frac{1}{\delta}},$$

wo $\mathfrak{A}$, v und δ die früher angegebene Bedeutung haben, so ergeben die Gleichungen (15) und (17) nach Elimination von $\mathfrak{z}_k$ aus den beiden Gleichungen (17) das folgende System:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{X}_k \Theta_{1k} + i\mathfrak{Y}_k c_{1k} R\delta &= \varepsilon_{1k}\delta^2 X, \\ \mathfrak{Y}_k \Theta_{2k} - i\mathfrak{X}_k c_{2k} R\delta &= \varepsilon_{2k}\delta^2 Y, \\ \mathfrak{Z}_k (\Theta_{3k}\mathfrak{D}_k - d^2{}_k\delta^4) &= \varepsilon_{3k}\delta^2 \mathfrak{D}_k Z, \end{aligned}\right\} \quad (18)$$

wenn wir, wie früher,

$$\begin{aligned} \Theta_k &= \delta^2 + i\delta\delta' - \delta_v{}^2, \\ \delta' &= a_k, \\ \delta_v{}^2 &= b_k \end{aligned}$$

und ferner

$$\mathfrak{D}_k = \delta^2 + i a_k \delta - b_k \quad (19)$$

setzen.

Dieses System (18) tritt an die Stelle des früher außerhalb des Magnetfeldes erhaltenen Systems (9).

Eliminieren wir aus den Systemen (18), (8) und (1) die $\mathfrak{X}_k$, $\mathfrak{Y}_k$, $\mathfrak{Z}_k$; $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$, $\mathfrak{Z}$, so erhalten wir an Stelle des Systems (11) ein neues System, welches die Form und die Orientierung der Schwingungen bestimmt, welche sich parallel zur x-Richtung in dem Kristall fortpflanzen können, wenn er der Wirkung eines zur z-Achse parallelen Magnetfeldes unterworfen ist:

$$\left.\begin{aligned} X\left[1 + \sum \frac{\varepsilon_{1k}\Theta_{2k}\delta^2}{\Theta_{1k}\Theta_{2k} - c_{1k}c_{2k}R^2\delta^2}\right] &= iY\sum \frac{\varepsilon_{2k}c_{1k}R\delta^3}{\Theta_{1k}\Theta_{2k} - c_{1k}c_{2k}R^2\delta^2}, \\ Y\left[\left(\frac{v}{v_0}\right)^2 - 1 - \sum \frac{\varepsilon_{2k}\Theta_{1k}\delta^2}{\Theta_{1k}\Theta_{2k} - c_{1k}c_{2k}R^2\delta^2}\right] &= iX\sum \frac{\varepsilon_{1k}c_{2k}R\delta^3}{\Theta_{1k}\Theta_{2k} - c_{1k}c_{2k}R^2\delta^2}, \\ Z\left[\left(\frac{v}{v_0}\right)^2 - 1 - \sum \frac{\varepsilon_{3k}\mathfrak{D}_k\delta^2}{\Theta_{3k}\mathfrak{D}_k - d_k{}^2\delta^4}\right] &= 0. \end{aligned}\right\} \quad (20)$$

Dieses System (20) läßt zwei Lösungen zu, nämlich:

1. $Z = 0,\ X \neq 0,\ Y \neq 0,$

und

2. $Z \neq 0,\ X = Y = 0.$

a) Schwingungen normal zum Magnetfelde.

Die Lösung:

$$Z = 0,\ X \neq 0,\ Y \neq 0$$

sagt aus, daß sich im Innern des Kristalls eine elliptische Schwingung fortpflanzt, deren Ebene senkrecht auf der Feldrichtung steht, und die eine Komponente nach der x-Richtung, das heißt longitudinal in bezug auf das Lichtstrahlenbündel besitzt. Diese Longitudinalkomponente ist das Ergebnis der Wirbelbewegung, welche die Elektronen im Magnetfelde annehmen. In Wirklichkeit ist nach den Hertzschen Gleichungen (2), (8) die elektrische Polarisation transversal ($\mathfrak{X} = 0$): diese Polarisation ist aber die Resultierende aus der elektrischen Kraft X, Y, Z, deren Sitz im Innern der Substanz der freie Äther ist, und aus den von den bewegten Elektronen herrührenden Kräften $\mathfrak{X}_k$, $\mathfrak{Y}_k$, $\mathfrak{Z}_k$. Da die Elektronen unter dem Einfluß des Magnetfeldes längs ox eine Bewegung normal zur Feldrichtung, aber parallel zur Richtung des Strahlenbündels annehmen, so muß notwendigerweise die elektrische Kraft auch eine longitudinale Komponente X haben, die von Null verschieden ist.

Die Form der elliptischen Schwingung wird durch die erste Gleichung des Systems (20) bestimmt, und man sieht leicht, daß in großer Entfernung von den Absorptionsbanden der Koeffizient von Y sehr klein ist, und daß infolgedessen die longitudinale Komponente X sehr schwach ist. Das trifft aber in der Nachbarschaft der Banden nicht mehr zu, wo Θ_1 oder Θ_2 einen sehr kleinen Modul hat. Beispielsweise ist im Falle des Zeeman-Phänomens an einem Dampfe, der unendlich feine Streifen aufweist, die Schwingung für die Komponenten der Absorptionsstreifen zirkular, und in diesem Falle ist die Longitudinalkomponente ebenso groß wie die Transversalkomponente.

Für den Fall der Kristalle sieht man, daß das Vorhandensein der Longitudinalkomponente die Wirkung haben muß, die Banden des longitudinalen Spektrums ox bei den Modifikationen des Spektrums oy mitspielen zu lassen. Man begreift daher leicht, daß die Änderungen des Spektrums der normal zum Felde verlaufenden Schwingungen durchaus ver-

schieden sein werden, je nachdem ob das longitudinale Spektrum dasselbe sein wird wie das beobachtete Spektrum oder nicht. Ich habe tatsächlich festgestellt, daß bei den einachsigen Xenotim- und Tysonitkristallen die Modifikationen, die ich an dem Spektrum der ordentlichen Schwingungen normal zur Feldrichtung bei normal zum Strahlenbündel stehender optischer Achse beobachtet habe, durchaus in keinerlei Beziehung zu den Veränderungen stehen, die ich erhalten habe, wenn die optische Achse parallel zum Strahlenbündel steht. Schon zu Anfang meiner Untersuchungen habe ich auf dieses Ergebnis als auf eines der bemerkenswertesten hingewiesen.[1])

Kehren wir nun zu dem System (20) zurück. Wir erhalten den Ausdruck für die komplexe Fortpflanzungsgeschwindigkeit der normal zur Feldrichtung erfolgenden Schwingungen durch Elimination von X und Y aus den beiden ersten Gleichungen:

$$\left(\frac{v}{\omega}\right)^2 = 1 + \frac{\sum \frac{\varepsilon_{2k}\Theta_{1k}\vartheta^2}{\Theta_{1k}\Theta_{2k} - c_{1k}c_{2k}K^2\vartheta^2} \Big[\sum \frac{\varepsilon_{2k}c_{1k}K\vartheta^3}{\Theta_{1k}\Theta_{2k} - c_{1k}c_{2k}K^2\vartheta^2}\Big]^2}{1 + \sum \frac{\varepsilon_{1k}\Theta_{2k}\vartheta^2}{\Theta_{1k}\Theta_{2k} - c_{1k}c_{2k}K^2\vartheta^2}} \quad (21)$$

In dieser Formel können wir die Größen $\varepsilon\vartheta$ gegenüber den ϑ' und den $(\vartheta - \vartheta_\sigma)$ vernachlässigen, und diese Vernachlässigung ist immer dann berechtigt, wenn die Banden nicht gleichzeitig sehr intensiv und sehr breit sind. Betrachten wir nämlich den Höchstwert des Absorptionskoeffizienten $\varkappa$ für eine Bande: Nach jedem Durchgang einer Wellenlänge im Innern der Substanz nimmt die Lichtintensität im Verhältnis von 1 zu $e^{4\pi\varkappa}$ ab. Auf einem Wege von 200 λ, der bei den im Grün gelegenen Banden einer Dicke von 0,1 mm bis 0,2 mm entspricht, nimmt die Intensität $\mathcal{J}$ auf $\mathcal{J}e^{-800\pi\varkappa}$ ab. Bei Platten aus Xenotim und Tysonit von 0,2 mm Dicke sind die Banden, wenigstens zum größeren Teile, ziemlich wenig intensiv; $\varkappa$ ist also sehr klein. Nun ist der Höchstwert für $\varkappa$ gegeben durch:

$$2n^2\varkappa_\sigma = \frac{\varepsilon\vartheta_\sigma}{\vartheta'}.$$

Man sieht also, daß im allgemeinen $\varepsilon\vartheta$ sehr klein gegenüber ϑ' ist. Wenn ferner ϑ' klein ist, das heißt, wenn die Bande wenig breit ist, so wird $\varepsilon\vartheta$ eine absolut zu vernachlässigende Größe. Um die Gedanken zu fixieren, wollen wir uns eine Bande denken, für welche $\varkappa_\sigma = \frac{1}{500}$ sein soll. Ist die Intensität des einfallenden Lichtes 1, so würde die Intensität in der Mitte der Bande nur $\frac{1}{153}$ sein; wir würden also eine außerordentlich starke Bande haben. Nehmen wir an, daß gleichzeitig $2\pi\nu\vartheta' = 1\ \mu\mu$ sei, das heißt, daß in einem Abstande von 0,5 $\mu\mu$ zu beiden Seiten von der Mitte der Bande $\varkappa$ auf die Hälfte zurückgegangen sei, und daß daher die Intensität des Lichtes $\frac{1}{12}$ sei: Die Bande würde nicht nur sehr intensiv, sondern auch sehr breit sein. Unter diesen Verhältnissen würde $2\pi\nu\varepsilon\vartheta_\sigma$ nur eine Wellenlängenänderung um 0,004 μ ergeben, also um eine Größe, die wir vernachlässigen dürfen.

Beim Xenotim und Tysonit ist keine der gegen das Magnetfeld empfindlichen Banden gleichzeitig so intensiv und so breit, und wir können uns daher zur Erklärung der magnetooptischen Erscheinungen auf die angegebene Annäherung beschränken. Eine keinerlei Schwierigkeiten bietende Rechnung zeigt, daß wir unter diesen Verhältnissen das zweite Glied in dem Ausdruck für $\left(\frac{v}{\omega}\right)$ vernachlässigen dürfen.

In der so vereinfachten Gleichung (21) wollen wir die Glieder aussondern, welche einer Gesamtheit von Elektronen derselben Art entsprechen, die in dem Longitudinalspektrum σx die Bande ϑ_{σ_1}, ϑ'_1 und in dem beobachteten σy-Spektrum die Bande ϑ_{σ_2}, ϑ'_2 hervorbringen. Trennen wir die reellen und die imaginären Teile voneinander, so erhalten wir die beiden nachstehenden Gleichungen, welche für eine zur Feldrichtung normal verlaufende Schwingung mit der Periode $2\pi\vartheta$ den Brechungsindex n und den Absorptionskoeffizienten $\varkappa$ bestimmen:

$$\left.\begin{aligned} \left(\frac{v}{\omega}\right)^2(1-\varkappa^2) &= n^2(1-\varkappa^2) \\ &= 1 + P + \frac{\varepsilon_2\vartheta^2[(\vartheta^2 - \vartheta_{\sigma_1}{}^2)A + \vartheta^2\vartheta'_1 B]}{A^2 + \vartheta^2 B^2}, \\ 2n^2\varkappa &= Q + \frac{\varepsilon_2\vartheta^3[(\vartheta^2 - \vartheta_{\sigma_1}{}^2)B - \vartheta'_1 A]}{A^2 + \vartheta^2 B^2} \end{aligned}\right\} \quad (22)$$

In diesen Gleichungen bezeichnen A und B die folgenden Ausdrücke:

$$\left.\begin{aligned} A &= (\vartheta^2 - \vartheta_{\sigma_1}{}^2)(\vartheta^2 - \vartheta_{\sigma_2}{}^2) - \vartheta^2(\vartheta'_1\vartheta'_2 \\ &\quad + c_1 c_2 K^2), \\ B &= \vartheta'_1(\vartheta^2 - \vartheta_{\sigma_2}{}^2) + \vartheta'_2(\vartheta^2 - \vartheta_{\sigma_1}{}^2) \end{aligned}\right\} \quad (23)$$

P und Q vertreten die Gesamtheit der Glieder, die von anderen Elektronen herrühren, als von denen, welche die Banden ϑ_{σ_1} und ϑ_{σ_2} hervorbringen.

Vernachlässigen wir wie früher $\varkappa^2$ gegenüber der Einheit und $\varepsilon\vartheta$ gegenüber $\vartheta - \vartheta_\sigma$ und den ϑ', so ergeben die Gleichungen (22) schließlich:

1) Jean Becquerel, C. R. **142**, 775, 1906.

$$2\varkappa = \frac{Q}{1+P} + \frac{1}{1+P}\,\frac{\varepsilon_2\,\partial^3[(\partial^2-\partial_{\sigma_1}{}^2)B-\partial'_1 A]}{A^2+\partial^2 B^2}. \quad (24)$$

Da ∂ sich in der Nähe von ∂_{σ_1} und ∂_{σ_2} ändert, so bleiben P und Q merklich konstant, wenn die Banden ∂_{σ_1} und ∂_{σ_2} hinreichend isoliert sind. Auf alle Fälle gibt die Änderung des Ausdrucks

$$\frac{\varepsilon_2\,\partial^3[(\partial^2-\partial_{\sigma_1}{}^2)B-\partial'_1 A]}{A^2+\partial^2 B^2} \quad (25)$$

die Änderung der Absorption durch die Wirkung der betrachteten Elektronen an, das heißt, sie gibt die Änderung an, welche die Bande ∂_{σ_2} im Magnetfeld erfährt.

Der Absorptionskoeffizient hängt vom Quadrate der Feldstärke ab; die Modifikationen sind daher vom Sinne des Feldes unabhängig.

Der Ausdruck (25) hat eine sehr verwickelte Form, die sich im allgemeinen Falle nicht zur Aufstellung einfacher Gesetze für die Änderungen der Banden eignet. Wir können indessen diese Formel in Grenzfällen diskutieren, denen wir uns durch ganz kürzlich angestellte Versuche nähern können, die mit Kristallen ausgeführt wurden, welche auf sehr tiefe Temperaturen gebracht worden sind.[1])

Wir wollen annehmen, die Banden seien unendlich fein, das heißt die Dämpfungen ∂'_1 und ∂'_2 unendlich klein. Die Lage der Absorptionsstreifen im Magnetfeld ist durch die Werte von ∂ gegeben, für welche der Index unstetig wird, oder für die der Ausdruck (25) eine unbestimmte Form annimmt. Diese Werte für ∂ sind die Wurzeln der Gleichung:

$$A = (\partial^2-\partial_{\sigma_1}{}^2)(\partial^2-\partial_{\sigma_2}{}^2) - c_1\,c_2\,R^2\partial^2 = 0. \quad (26)$$

Die Linien werden durch das Magnetfeld verdoppelt; dabei liegen die neuen Linien außerhalb des Intervalles $\partial_{\sigma_1} - \partial_{\sigma_2}$.

Unsymmetrie der Lage.

1. Wir nehmen an, daß ∂_{σ_1} und ∂_{σ_2} nahe genug aneinander liegen, daß wir $\partial^2-\partial_{\sigma_1}^2$ durch $2\,\partial(\partial-\partial_{\sigma_1})$ und $\partial^2-\partial_{\sigma_2}^2$ durch $2\,\partial(\partial-\partial_{\sigma_2})$ ersetzen können, wenn ∂ sich in der Nähe und im Intervall von ∂_{σ_1} und von ∂_{σ_2} ändert. Wir setzen nun:

$$\delta = \partial - \frac{\partial_{\sigma_1}+\partial_{\sigma_2}}{2}.$$

Die Gleichung (26) hat zu Lösungen:

$$\delta = \pm\frac{1}{2}\sqrt{c_1\,c_2\,R^2+(\partial_{\sigma_1}+\partial_{\sigma_2})^2}.$$

Die Lage der neuen Streifen ist durch die Formeln:

$$\left.\begin{aligned}\Theta_1 &= \frac{\partial_{\sigma_1}+\partial_{\sigma_2}}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{c_1\,c_2\,R^2+(\partial_{\sigma_1}-\partial_{\sigma_2})^2},\\ \Theta_2 &= \frac{\partial_{\sigma_1}+\partial_{\sigma_2}}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{c_1\,c_2\,R^2+(\partial_{\sigma_1}-\partial_{\sigma_2})^2}\end{aligned}\right\} \quad (27)$$

gegeben.

Die Mitte des Dupletts ist nicht die Mitte der ursprünglichen Bande, ∂_{σ_2}, sondern die Mitte des Intervalls $\partial_{\sigma_1}, \partial_{\sigma_2}$. Es liegt also eine Unsymmetrie der Lage vor, wenn die in den Spektren ox und oy einander entsprechenden Banden nicht genau dieselbe Wellenlänge haben.

2. Nehmen wir ∂_{σ_1} und ∂_{σ_2} als sehr verschieden an, setzen wir

$$\delta_1 = \partial - \partial_{\sigma_1}$$

und

$$\delta_2 = \partial - \partial_{\sigma_2},$$

und nehmen wir die Differenz zwischen ∂_{σ_1} und ∂_{σ_2} hinreichend groß an, daß δ_1, δ_2 und $\sqrt{c_1\,c_2}\,R$ gegen sie vernachlässigt werden können. Dann können wir die angenäherten Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned}2\,\delta_1\,(\partial_{\sigma_1}^2-\partial_{\sigma_2}^2) - \partial_{\sigma_1}\,c_1\,c_2\,R^2 &= 0,\\ 2\,\delta_2\,(\partial_{\sigma_2}^2-\partial_{\sigma_1}^2) - \partial_{\sigma_2}\,c_1\,c_2\,R^2 &= 0\end{aligned}\right\} \quad (28)$$

aufstellen.

Aus diesen Gleichungen folgt:

$$\left.\begin{aligned}\delta_1 &= \frac{\partial_{\sigma_1}\,c_1\,c_2\,R^2}{2\,(\partial_{\sigma_1}^2-\partial_{\sigma_2}^2)},\\ \delta_2 &= \frac{\partial_{\sigma_2}\,c_1\,c_2\,R}{2\,(\partial_{\sigma_1}^2-\partial_{\sigma_2}^2)}.\end{aligned}\right\} \quad (29)$$

Man erhält also an Stelle der ursprünglichen Linie zwei neue Linien, deren Lage durch die Formeln:

$$\left.\begin{aligned}\Theta_1 &= \partial_{\sigma_1}\left(1+\frac{c_1\,c_2\,R^2}{2\,(\partial_{\sigma_1}^2-\partial_{\sigma_2}^2)}\right),\\ \Theta_2 &= \partial_{\sigma_2}\left(1-\frac{c_1\,c_2\,R^2}{2\,(\partial_{\sigma_1}^2-\partial_{\sigma_2}^2)}\right)\end{aligned}\right\} \quad (30)$$

gegeben ist. Da ∂_{σ_1} und ∂_{σ_2} sehr verschieden sind, so müssen die Verschiebungen, welche um so schwächer sind, je größer der Abstand der Banden ∂_{σ_1} und ∂_{σ_2} ist, dem Quadrat der magnetischen Feldstärke proportional sein.

Unsymmetrien der Intensität.

Die beiden Komponenten, welche man im Magnetfelde erhält, zeigen nicht nur in bezug auf die ursprüngliche Bande eine Unsymmetrie der Lage, sondern auch eine Unsymmetrie der Intensität, wenn ∂_{σ_1} und ∂_{σ_2} verschieden sind. Nehmen wir nämlich an, ∂'_1 und ∂'_2 seien nicht null, aber immerhin sehr klein, so daß die Komponenten der Banden durch die Gleichung

$$A = 0$$

1) Jean Becquerel, C. R. **144**, 420, 1907.

bestimmt seien, so geht der Ausdruck (25) in

$$\frac{\varepsilon_2\,\Theta\,(\Theta^2-\vartheta_{o1}^2)}{\vartheta'_1\,(\Theta^2-\vartheta_{o1}^2)+\vartheta'_2\,(\Theta^2-\vartheta_{o1}^2)}$$

über, wo Θ eine der Wurzeln von $A=0$ ist, und man erhält folglich:

$$\Theta^2-\vartheta_{o1}^2=\frac{c_1\,c_2\,R^2\,\Theta^2}{\Theta^2-\vartheta_{o2}^2},$$

und der vorige Ausdruck nimmt die Form

$$\frac{\varepsilon_2\,\Theta^3\,c_1\,c_2\,R^2}{\vartheta'_1\,(\Theta^2-\vartheta_{o1}^2)^2+\vartheta'_2\,c_1\,c_2\,R^2\,\Theta^2} \qquad (31)$$

an.

Der Wert dieses Ausdruckes ist größer für die nahe bei ϑ_{o2} liegende Wurzel als für die nahe bei ϑ_{o1} liegende, und wenn ϑ_{o1} merklich von ϑ_{o2} verschieden ist, so kann die nahe bei ϑ_{o1} liegende Komponente äußerst schwach sein.

Andererseits muß sich die Intensität der Komponenten zugleich mit dem Magnetfelde ändern. Der vorstehende Ausdruck läßt sich nämlich schreiben:

$$\frac{\varepsilon_2\,\Theta}{\vartheta'_2+\vartheta'_1\,\frac{\Theta^2-\vartheta_{o2}^2}{\Theta^2-\vartheta_{o1}^2}}.$$

Für die nahe an dem ursprünglichen Streifen ϑ_{o2} liegende Komponente nimmt das Verhältnis $\frac{\Theta^2-\vartheta_{o2}^2}{\Theta^2-\vartheta_{o1}^2}$, welches <1 ist, zu, wenn die Komponente sich von ϑ_{o2} entfernt. Infolgedessen nimmt der Absorptionskoeffizient der zu ϑ_{o1} benachbarten Komponente zu, wenn diese Komponente sich von der Lage ϑ_{o1} entfernt.

Wir erhalten also die folgenden Ergebnisse für den Fall unendlich feiner Absorptionsstreifen.

Bei zum Magnetfeld senkrechtem Verlauf des Lichtstrahlenbündels muß sich jede Bande des zur Feldrichtung normalen Spektrums in der Richtung verschieben, die der Lage entgegengesetzt ist, welche im Spektrum der zum Strahlenbündel parallelen Schwingungen die denselben absorbierenden Elektronen entsprechende Bande einnimmt. Gleichzeitig tritt eine neue Bande, die schwächer als die frühere ist, in der Nachbarschaft der Stelle der Bande des Longitudinalspektrums auf; sie liegt in bezug auf diese letztere auf der entgegengesetzten Seite wie die Bande des Spektrums der zum Strahlenbündel normalen Schwingungen.

Wenn die beiden einander entsprechenden Banden in den beiden Spektren sehr nahe beieinander liegen, so läßt das Feld ein unsymmetrisches Duplett erscheinen, dessen Abstand merklich proportional dem Magnetfelde ist.

Das Duplett ist symmetrisch für $\vartheta_{o1}=\vartheta_{o2}$.

Wenn die beiden Banden, die einander in den beiden Spektren — dem transversalen und dem longitudinalen — entsprechen, sehr verschiedene Lage haben, so kann die unter dem Einfluß des Feldes entstehende neue Bande zu schwach sein, um sichtbar zu werden; man sieht dann nur die ursprüngliche Bande sich nur nach einer Seite verschieben, und zwar proportional zum Quadrat der Feldstärke und merklich in umgekehrtem Sinne wie die Differenz der Quadrate aus den Wellenlängen der Banden, die einander in den beiden Spektren entsprechen.

Diese Schlußfolgerungen sind indessen nur genau für Grenzfälle.

Unter gewöhnlichen Verhältnissen, und bei den oben beschriebenen Untersuchungen, haben die Absorptionsbanden der Kristalle fast immer eine zu große Breite, als daß man die Dämpfungen ϑ'_1 und ϑ'_2 vernachlässigen dürfte.

Die in Figur 10 dargestellten Kurven geben die Änderungen der Koeffizienten $\varkappa$ für verschiedene Werte der Koeffizienten der Gleichungen (15) und des Magnetfeldes wieder. Die Kurve A_1, B_1, C_1 bildet die Werte von $\varkappa$ als Funktion von ϑ außerhalb des Magnetfeldes

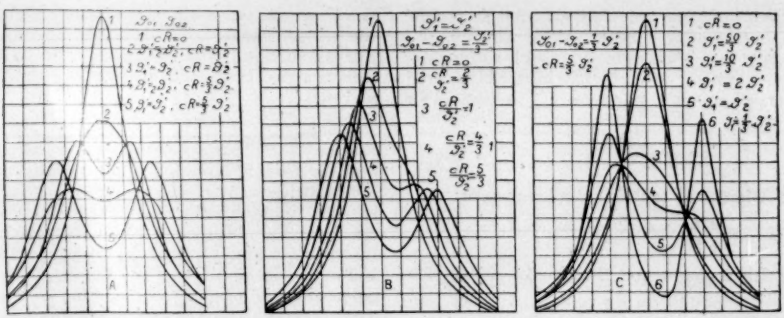

Fig. 10.

ab. Es ist klar, daß diese Kurve eine beliebige Absorptionsbande des Spektrums $\sigma\gamma$ normal zum Magnetfelde darstellen kann; man braucht nur für jede Bande den Maßstab der Abszissen so zu wählen, daß die Differenz zwischen den Abszissen der beiden Punkte, für welche $\varkappa$ die Hälfte seines Höchstwertes beträgt, gleich dem Werte von ϑ'_2 für die betrachtete Bande wird, und ferner den Ordinatenmaßstab so, daß der Höchstwert von $\varkappa$ gleich $\frac{\varepsilon_2 \vartheta_{\sigma 2}}{2 \vartheta'_2}$ wird (vergleiche Formel (13).

1. Kurven *A*.

Wir haben $\vartheta_{\sigma 1} = \vartheta_{\sigma 2}$ vorausgesetzt. Bei den Kurven 2 und 4 ist ϑ'_2 doppelt so groß wie ϑ'_1; bei den Kurven 3 und 5 ist $\vartheta'_1 = \vartheta'_2$; die Kurven 2, 3 und die Kurven 4, 5 entsprechen zwei verschiedenen Werten des Magnetfeldes.

Man sieht, daß die Änderungen von $\varkappa$ zu beiden Seiten von $\vartheta_{\sigma 2}$ symmetrisch sind. In einem schrittweise wachsenden Felde beginnt die Bande $\vartheta_{\sigma 2}$ sich symmetrisch auszubreiten und in der Mitte schwächer zu werden; sie verdoppelt sich dann um so eher, je kleiner ihre Breite so wie die Breite der ihr im Longitudinalspektrum entsprechenden Bande $\vartheta_{\sigma 1}$ sind, und je größer $c = \sqrt{c_1 c_2}$ ist. Der Abstand des Dupletts ist dem Genzwert cR um so näher, je größer R ist, und je kleiner ϑ'_1 und ϑ'_2 sind.

2. Kurven B.

Hier sind:

$$\vartheta'_1 = \vartheta'_2,$$

$$\vartheta_{\sigma 1} - \vartheta_{\sigma 2} = \frac{1}{3}\vartheta'_2,$$

und das Feld wächst schrittweise: Die Bande deformiert sich, indem sich zunächst das Maximum nur nach einer Seite verschiebt, und zwar nach der entgegengesetzten Richtung von $\vartheta_{\sigma 1}$; dann tritt ein unsymmetrisches Duplett auf. Die Verschiebung des Maximums ist unabhängig von der Feldrichtung und wächst schneller als die Feldstärke.

Andere — hier nicht abgebildete — Kurven haben gezeigt, daß die Verschiebungen für einen und denselben Wert von ϑ'_2 um so schwächer sind, je größer die Differenz $\vartheta_{\sigma 1} - \vartheta_{\sigma 2}$ ist.

3. Kurven *C*.

$\vartheta_{\sigma 1}$ und $\vartheta_{\sigma 2}$ sind konstant, aber ϑ'_1 ist von einer Kurve zur anderen verschieden. Für schwache Werte von ϑ'_1 erhält man ein unsymmetrisches Duplett, dessen Komponenten feiner sind als die ursprüngliche Bande. Mit größer und größer werdenden Werte für ϑ'_1 verschwindet das Duplett, die Bande geht durch ein Intensitätsminimum und ist dann sehr verbreitert; sie wird alsdann immer weniger empfindlich gegen die Einwirkung des Feldes. Diese Kurven zeigen sehr deutlich, welchen Einfluß, wenn alle übrigen Größen dieselben bleiben, die Breite der Bande haben kann, welche im Longitudinalspektrum der betrachteten Bande entspricht.

b) Schwingungen parallel zur Richtung des Magnetfeldes.

Die zweite Lösung des Systems (20) ist:

$$\left.\begin{matrix} X = Y = 0 \\ Z \neq 0 \end{matrix}\right\};$$

es pflanzt sich also außer der bereits untersuchten elliptischen Schwingung eine zur Richtung des Magnetfeldes parallele geradlinige Schwingung fort. Die komplexe Fortpflanzungsgeschwindigkeit dieser Schwingung wird durch den Ausdruck

$$\left(\frac{v}{o_z}\right)^2 = 1 + \sum \frac{\varepsilon_{3h}\vartheta^2 \mathfrak{D}_h}{\Theta_{3h}\mathfrak{D}_h - d_h^2 \vartheta^4} \qquad (32)$$

gegeben.

Zieht man die von einer und derselben Elektronenart abhängigen Glieder heraus, so kann man schreiben:

$$\left(\frac{v}{o_z}\right)^2 = \mathfrak{P} + \mathfrak{Q}i + 1 + \frac{\varepsilon_3 \vartheta^2 \mathfrak{D}}{\Theta_3 \mathfrak{D} - d^2 \vartheta^4}. \qquad (33)$$

Führen wir nun die Überlegung genau so durch wie für den Fall der zur Feldrichtung normalen Schwingungen, so erhalten wir Formeln, die sich aus den Formeln (22) bis (31) ergeben, wenn man $\vartheta_{\sigma 2}$ und ϑ'_2 durch $\vartheta_{\sigma 3}$ und ϑ'_3, $\vartheta_{\sigma 1}$ und ϑ'_1 durch $\sqrt{\mathfrak{b}}$ und $\mathfrak{a}$, die Periode und die Dämpfung des Hilfsvektors $\mathfrak{z}_h$, ersetzt. Dieser Vektor spielt also die gleiche Rolle wie die Komponente der partiellen Polarisation in der Longitudinalrichtung im Falle der zur Feldrichtung normalen Schwingungen. Endlich muß man in den Formeln (22) bis (31) $\sqrt{c_1 c_2}\, R$ durch $d\vartheta$, eine Funktion des Magnetfeldes, ersetzen.

Wir erhalten so Typen von Modifikationen, die denen identisch sind, welche wir für die zur Feldrichtung normale Schwingung beschrieben haben. Die Modifikationen der Banden sind nur für den Fall symmetrisch, daß

$$\sqrt{\mathfrak{b}} = \vartheta_{\sigma 3}$$

ist.

c) Vergleichung der theoretischen Ergebnisse mit den experimentellen.

Die an den Xenotim- und Tysonitkristallen gemachten und vorstehend beschriebenen Beobachtungen haben Ergebnisse geliefert, die mit den theoretischen Schlußfolgerungen sehr gut übereinstimmen.

1. Ist die optische Achse parallel zum Magnetfelde, so hat man für alle Banden:

$$\vartheta_{\sigma 1} = \vartheta_{\sigma 2},$$
$$\vartheta'_1 = \vartheta'_2$$

und

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2.$$

(vergl. Kurven *A*, 1, 3, 5).

Im Einklang mit der Theorie verbreitern sich alle Banden des ordentlichen Spektrums der zur Feldrichtung normalen Schwingung symmetrisch unter Intensitätsabnahme, oder sie bilden ein symmetrisches Duplett, immer vorausgesetzt, daß die Komponenten zweier benachbarter Banden nicht übereinandergreifen.

Es ist zu bemerken, daß die Symmetrie der in diesem Falle beobachteten Veränderungen die in der Formel (21) eingeführte Annäherung rechtfertigt, wo wir das letzte Glied des zweiten Ausdrucks vernachlässigt haben.

2. Ist die optische Achse zur Feldrichtung normal, so sind die am Spektrum der zur Feldrichtung normalen Schwingungen beobachteten Veränderungen unsymmetrisch.

Dieses Versuchsergebnis bildet eine wichtige Rechtfertigung der theoretischen Anschauungen, denen zufolge in dem unter dem Einflusse eines Magnetfeldes stehenden Kristall eine Komponente der elektrischen Kraft longitudinal in bezug auf das Strahlenbündel vorhanden sein muß. Es ist nämlich klar, daß, wenn nur die transversalen Bewegungen in Frage kämen, daß dann die am ordentlichen Spektrum der zur Feldrichtung normalen Schwingungen beobachteten Veränderungen von der Orientierung der optischen Achse unabhängig sein müßten. Ganz im Gegensatz hierzu beobachtet man, wie bereits oben gesagt, daß die Veränderungen der Banden wesentlich von dieser Orientierung abhängig sind.

Weiter führt nach der Theorie das Vorhandensein von Unsymmetrien zu der Annahme, daß im Xenotim und im Tysonit die Perioden der Bewegungen, welche die Elektronen parallel und senkrecht zur Achse annehmen können, verschieden sind. Die einfache Beobachtung der Hauptspektren gestattete eine ähnliche Schlußfolgerung nicht; wenn nämlich die beiden Spektren eine gemeinsame Bande haben, so ist im allgemeinen die Breite der Banden zu groß, und ihre Ränder sind zu verwaschen, als daß man wissen könnte, ob ihre Mitten in beiden Spektren ganz streng dieselbe Lage haben oder nicht; andererseits finden sich eine große Anzahl Banden jedes der beiden Spektren im andern Spektrum nicht an derselben Stelle, aber dieser Umstand beweist nichts für die Ungleichheit der Perioden, denn man weiß nicht, welche Banden denselben Elektronen entsprechen, und es wäre möglich, daß die Bewegung der Elektronen in einer der beiden Richtungen zu schwach wäre, um eine sichtbare Bande zustande kommen zu lassen.

Mehrere Banden, welche in den beiden Spektren sehr nahezu gleiche Wellenlängen haben, geben mehr oder weniger unsymmetrische Dupletts. Nach dem Vorausgegangenen ist die Annahme zulässig, daß sie von denselben Elektronen herrühren. Insbesondere geben beim Xenotim die außerordentlichen Banden bei 520,6 $\mu\mu$ und 525,1 $\mu\mu$ in einem bis zu 30000 C.G.S.-Einheiten wachsenden Felde deutlich nacheinander die Reihe der Kurvenformen *B*. Die sehr schwache ordentliche Bande bei 525,1 $\mu\mu$ erzeugt gleichfalls ein Duplett, welches verschwindet, wenn das Feld stark wird, und zwar bei einer Schichtdicke von 1 mm; die Maxima der Komponenten werden dann zu schwach, um noch sichtbar zu bleiben.

Eine weitere bemerkenswerte Bande ist die ordentliche Bande bei 522,15 $\mu\mu$, eine feine Bande, welche, wenn die Achse zur Feldrichtung parallel ist, ein Duplett von 0,62 $\mu\mu$ bei einer Feldstärke von 26850 Einheiten gibt. Wenn die Achse normal zur Feldrichtung ist, so nimmt diese Bande das Aussehen der Kurve *B*3 an, und die Verschiebung des Maximums beträgt dann ungefähr 0,10 $\mu\mu$ in der Richtung nach dem violetten Ende hin. Weiter stellt man fest, daß, im Einklang mit der Theorie, die Verschiebung schneller wächst als das Feld.

Man kann noch eine weitere Gruppe von zwei Banden anführen, die sich in den beiden Spektren zwischen 642 $\mu\mu$ und 644 $\mu\mu$ wiederfindet. Da diese Gruppe isoliert ist, so ist die Annahme wahrscheinlich, daß die Banden einander zu je zweien entsprechen. Da die Wellenlängendifferenzen $2\pi v\,(\vartheta_{\sigma 1} - \vartheta_{\sigma 2})$ beträchtlich sind (ungefähr 0,19 $\mu\mu$ und 0,13 $\mu\mu$), und da die Banden breit und verwachsen sind, (ϑ'_1 und ϑ'_2 groß), so ist nach der Theorie vorauszusehen, daß diese Banden wenig empfindlich sein müssen, wenn die Achse normal zur Feldrichtung steht, obgleich der Abstand der Dupletts im ordentlichen Spektrum beträchtlich ist, wenn die Achse parallel zur Feldrichtung steht (vergl. die Kurven *C*2 und *C*3). Tatsächlich scheinen sich die sehr schwachen Banden des ordentlichen Spektrums in einem Felde von ungefähr 30000 C.G.S.-Einheiten nicht zu verändern; die Banden des außerordentlichen Spektrums mit zur Feldrichtung normaler Schwingung werden nur ein wenig verwaschener.

Diese Beispiele ließen sich sowohl am Tysonit als auch am Xenotim vervielfachen.

3. Die Veränderungen, welche die Banden für die zum Magnetfelde parallelen Schwingungen erleiden, sind im allgemeinen unsymmetrisch. Die Theorie gestattet den Schluß, daß im Gegensatz zu den beim Studium des Zeemanphänomens erhaltenen Ergeb-

nissen die Perioden der partiellen Polarisation $\mathfrak{Z}_k$ und des Hilfsvektors $\mathfrak{z}_k$ im allgemeinen in den Kristallen verschieden sind.

III.

Fortpflanzung des Lichtes in der Richtung der Kraftlinien des Magnetfeldes. — Magnetische Rotationspolarisation.

Das Magnetfeld und das Lichtstrahlbündel seien parallel zur z-Achse, und wir wollen für X, Y, Z und für alle $\mathfrak{X}_k$-, $\mathfrak{Y}_k$-, $\mathfrak{Z}_k$-Funktionen von der Form

$$\mathfrak{A}\, e^{i\left(t-\frac{z}{v}\right)\frac{1}{\delta}}$$

nehmen.

Unter diesen Bedingungen gehen die Hertzschen Gleichungen (2) über in:

$$\left.\begin{aligned}\mathfrak{X} &= \left(\frac{v}{o}\right)^2 X,\\ \mathfrak{Y} &= \left(\frac{v}{o}\right)^2 Y,\\ \mathfrak{Z} &= 0.\end{aligned}\right\} \tag{34}$$

Diese letzte Gleichung gestattet im Verein mit den letzten Gleichungen der Systeme (1) und (18) den Schluß, daß $\mathfrak{Z}$, Z und alle $\mathfrak{Z}_k$ null sind, das heißt, daß alle Bewegungen transversal sind. Durch Rechnungen, die den oben durchgeführten identisch sind, führen die Systeme (1), (18), (34) zu dem folgenden System:

$$\left.\begin{aligned} X\left[\left(\frac{v}{o}\right)^2 - 1 - \sum \frac{\varepsilon_{1k}\Theta_{2k}\partial^2}{\Theta_{1k}\Theta_{2k} - c_{1k}c_{2k}K^2\partial^2}\right] &= -iY\sum \frac{\varepsilon_{2k}c_{1k}K\partial^3}{\Theta_{1k}\Theta_{2k} - c_{1k}c_{2k}K^2\partial^2},\\ Y\left[\left(\frac{v}{o}\right)^2 - 1 - \sum \frac{\varepsilon_{2k}\Theta_{1k}\partial^2}{\Theta_{1k}\Theta_{2k} - c_{1k}c_{2k}K_2\partial^2}\right] &= +iX\sum \frac{\varepsilon_{1k}c_{2k}K\partial^3}{\Theta_{1k}\Theta_{2k} - c_{1k}c_{2k}K^2\partial^2},\\ Z &= 0.\end{aligned}\right\} \tag{35}$$

Es ist zu bemerken, daß

$$\varepsilon_2 c_1 = \varepsilon_1 c_2$$

(siehe Formeln (6) und (16)), so daß die Σ der zweiten Glieder dieselben sind.

Die Gleichungen (35) zeigen, daß der Kristall zwei entgegengesetzt drehende elliptische Schwingungen ohne Formänderung fortpflanzt, deren Form eine Funktion der Periode ist, und deren Achsen zu den Hauptrichtungen parallel gerichtet sind. Es ist übrigens bekannt, daß die Betrachtung zweier elliptischer Schwingungen mit entgegengesetztem Drehungssinn mehrere Physiker in den Stand gesetzt hat, nach der Hypothese von Airy die gleichzeitige Wirkung des natürlichen oder magnetischen Drehungsvermögens und der Doppelbrechung zu erklären.

Die komplexen Fortpflanzungsgeschwindigkeiten dieser beiden elliptischen Schwingungen, welche von dem Kristall durchgelassen werden, sind durch die folgende Gleichung gegeben:

$$\left.\begin{aligned}&\left[\left(\frac{v}{o}\right)^2 - 1 - \sum \frac{\varepsilon_{1k}\Theta_{2k}\partial^2}{\Theta_{1k}\Theta_{2k} - c_{1k}c_{2k}K^2\partial^2}\right]\cdot\left[\left(\frac{v}{o}\right)^2 - 1 - \sum \frac{\varepsilon_{2k}\Theta_{1k}\partial^2}{\Theta_{1k}\Theta_{2k} - c_{1k}c_{2k}K^2\partial^2}\right]\\ &\quad = \left(\sum \frac{\varepsilon_{2k}c_{1k}K\partial^3}{\Theta_{1k}\Theta_{2k} - c_{1k}c_{2k}K^2\partial^2}\right)^2.\end{aligned}\right\} \tag{36}$$

Beschränken wir uns auf die für Formel (21) angegebene Annäherung, so können wir das zweite Glied vernachlässigen und finden dann für die Berechnung der Brechungsindizes und der Absorptionskoeffizienten die Gleichungen wieder, die wir früher für die Schwingungen normal zur Feldrichtung gefunden hatten, wenn das Lichtstrahlenbündel senkrecht zu den Kraftlinien verläuft, das heißt die Gleichungen, welche wir für die Schwingung parallel zur y-Achse erhalten hatten, wenn das Strahlenbündel parallel zur x-Achse gerichtet ist, und für die Schwingung parallel zur x-Achse, wenn das Bündel parallel zur y-Achse gerichtet ist. Beispielsweise findet man im Falle eines einachsigen Kristalles, dessen Achse senkrecht zum Magnetfelde steht, in dem Falle, daß sich das Licht im Sinne der Kraftlinien fortpflanzt, für die beiden elliptischen Schwingungen dieselben Brechungsindizes und dieselben Absorptionskoeffizienten wie für die ordentliche und die außerordentliche Schwingung normal zur Feldrichtung, wenn das Strahlenbündel und die optische Achse beide senkrecht zur Feldrichtung verlaufen.

Wenn wir aus den Gleichungen (36) $\frac{v}{o}$ eliminieren, so erhalten wir zwischen X und Y die Beziehung:

$$\left.\begin{aligned}(X^2+Y^2)\sum \frac{\varepsilon_{2k}c_{1k}K\partial^3}{\Theta_{1k}\Theta_{2k} - c_{1k}c_{2k}K^2\partial^2} &= iXY\left(\sum \frac{\varepsilon_{2k}\Theta_{1k}\partial^2}{\Theta_{1k}\Theta_{2k} - c_{1k}c_{2k}K^2\partial^2}\right.\\ &\quad \left. - \sum \frac{\varepsilon_{1k}\Theta_{2k}\partial^2}{\Theta_{1k}\Theta_{2k} - c_{1k}c_{2k}K^2\partial^2}\right).\end{aligned}\right\} \tag{37}$$

Der reelle Teil des Koeffizienten von XY stellt $n_y^2 - n_x^2$ dar, wenn der Koeffizient von X^2+Y^2 einen sehr kleinen Modul hat, sobald man sich von der Mitte der Absorptionsbanden entfernt. Die elliptischen Schwingungen sind infolgedessen sehr wenig von geradlinigen Schwingungen verschieden, wenn die Doppelbrechung beträchtlich ist.

In einem einachsigen Kristall muß man da-

her bei einem in der z-Richtung verlaufenden Magnetfelde und bei parallel zur x-Achse stehender optischer Achse gleichzeitig in der z-Richtung die Modifikationen beobachten, welche man beobachten würde, wenn man das Strahlenbündel nacheinander parallel zur x-Achse und zur y-Achse richten würde.

Die oben (im ersten Teile dieser Abhandlung) geschilderten Versuche hatten zu dieser Schlußfolgerung geführt.

Für den Fall eines einachsigen Kristalls, dessen Achse parallel zu den Kraftlinien gerichtet ist, hat man:

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_{1h} &= \varepsilon_{2h}, \\ \Theta_{1h} &= \Theta_{2h}, \\ c_{1h} &= c_{2h}. \end{aligned}\right\}$$

Der Kristall verhält sich wie ein isotroper Körper. Er pflanzt zwei entgegengesetzt drehende Zirkularschwingungen fort und zeigt das Phänomen der magnetischen Rotationspolarisation. Das Problem ist von W. Voigt[1]) behandelt worden, der die nachstehenden Formeln (38) und (39) gegeben hat:

$$n_{\pm}^2(1-\varkappa_{\pm}^2) = 1 + \sum \frac{\varepsilon_h \vartheta^2(\vartheta^2 - \vartheta_o^2 \pm c_h R\vartheta)}{(\vartheta^2 - \vartheta_o^2 \pm c_h R\vartheta)^2 + \vartheta_h^2 \vartheta^2} \quad (38)$$

$$2n_{\pm}^2 \varkappa_{\pm} = \sum \frac{\varepsilon_h \vartheta'_n \vartheta^3}{(\vartheta^2 - \vartheta_o^2 \pm c_h R\vartheta)^2 + \vartheta_h^2 \vartheta^2}. \quad (39)$$

Die Banden müssen in zwei Teile zerfallen, welche entgegengesetzt drehenden Zirkularschwingungen entsprechen. Mit einem Analysator für Zirkularschwingungen, bestehend aus einer Viertelwellenlängenplatte mit nachfolgendem Kalkspathomboeder, mit dem man zwei aneinandergrenzende Bilder, entsprechend entgegengesetzt drehenden Zirkularschwingungen erhalten kann, muß man zwischen den Banden der beiden Bilder eine Verschiebung

$$\Delta\lambda = 2\pi v c_h R$$

beobachten, die unabhängig von der Breite der Bande ist und das Verhältnis zwischen Ladung und Masse der jeder Bande entsprechenden Elektronen zu messen gestattet, da

$$c_h = -\frac{e_h}{m_h} \vartheta_{oh}^2$$

ist. Außerdem gibt der Sinn der Verschiebungen das Vorzeichen der Ladung der Elektronen an. Wir haben oben gesehen, daß sich die Banden des Xenotims und des Tysonits so verhalten, als rührten die einen von ihnen von negativen Elektronen, die anderen von positiven Elektronen her, und wir haben auch für eine gewisse Anzahl von Banden die angenäherten Werte für das Verhältnis der Ladung zur Masse der Elektronen angegeben, Werte, die beim Xenotim $1{,}6 \cdot 10^8$ elektromagnetische Einheiten erreichen.

1) W. Voigt, Wied. Ann. **67**, 345, 1899; Ann. d. Phys. (4) **6**, 784, 1901; **8**, 872, 1902.

Magnetische Rotationspolarisation.

Die Drehung χ, welche eine geradlinige Schwingung nach dem Durchgange durch eine Schichtdicke l der Substanz erfahren hat, wird durch die Formel:

$$\chi = \frac{\pi l}{\tau}\left(\frac{1}{\omega_-} - \frac{1}{\omega_+}\right) = \frac{\pi l}{\lambda}(n_- - n_+)$$
$$= \frac{\pi l}{2\lambda n}(n_-^2 - n_+^2) \quad (40)$$

gegeben, wo n das Mittel aus den Indizes für die rechtsdrehende und die linksdrehende Schwingung bezeichnet.

Bei der Verschiebung der Absorptionsbanden im Magnetfelde werden die rechtsdrehende und die linksdrehende Schwingung in ungleichem Maße absorbiert. Eine geradlinige Schwingung wird durch ihren Übergang in die Substanz in eine elliptische Schwingung verwandelt, welche übrigens in größerer Entfernung von den Banden mit einer geradlinigen Schwingung verwechselt werden kann. Die Drehung χ gibt die Drehung der großen Achse der Ellipse.

Wir wollen in der Formel (38) $\varkappa^2$ gegenüber der Einheit vernachlässigen und das von einer und derselben Gesamtheit von Elektronen h herrührende Glied herausziehen. Dann können wir die Formeln schreiben:

$$n_+^2 = 1 + K + \frac{\varepsilon_h \vartheta^2(\vartheta^2 - \vartheta_{oh}^2 + c_h R\vartheta)}{(\vartheta^2 - \vartheta_{oh}^2 + c_h R\vartheta)^2 + \vartheta_h^2 \vartheta^2} \quad (41)$$

und

$$n_-^2 = 1 + K' + \frac{\varepsilon_h \vartheta^2(\vartheta^2 - \vartheta_{oh}^2 - c_h R\vartheta)}{(\vartheta^2 - \vartheta_{oh}^2 - c_h R\vartheta)^2 + \vartheta_h^2 \vartheta^2}, \quad (42)$$

in denen K und K' eine Summe von Ausdrücken darstellen, die den letzten Gliedern der voraufgegangenen Formeln analog sind und den Einfluß der übrigen Elektronen ausdrücken.

Ersetzen wir in Formel (40) n_+^2 und n_-^2 durch diese Werte, so erhalten wir:

$$\chi = \chi_h + \chi', \quad (43)$$

wo χ_h und χ' die folgenden Drehungen bezeichnen:

$$\chi_h = \frac{\pi l}{2\lambda n}\left[\frac{\varepsilon_h \vartheta^2(\vartheta^2 - \vartheta_{oh}^2 - c_h R\vartheta)}{(\vartheta^2 - \vartheta_{oh}^2 - c_h R\vartheta)^2 + \vartheta_h^2 \vartheta^2} - \frac{\varepsilon_h \vartheta^2(\vartheta^2 - \vartheta_{oh}^2 + c_h R\vartheta)}{(\vartheta^2 - \vartheta_{oh}^2 + c_h R\vartheta)^2 + \vartheta_h^2 \vartheta^2}\right] \quad (44)$$

und

$$\chi' = \frac{\pi l}{2\lambda n}(K' - K). \quad (45)$$

1. χ_h stellt die Drehung dar, die von der Periodenänderung der betrachteten Elektronen h unter der Einwirkung des Magnetfeldes herrührt. Die Größe dieser Drehung hängt nicht ausschließlich von der Bande δ_{oh} ab, sondern auch von den übrigen Banden, denn sie ist umgekehrt proportional dem mittleren Brechungsindex n, der seinerseits von allen Absorptionsbanden abhängig ist.

Voigt hat gezeigt, daß man bei der Untersuchung der Änderungen von χ_h in der Nachbarschaft einer für den Einfluß des Magnetfeldes empfänglichen Bande eine Drehung χ_h enthält, welche zu beiden Seiten der beiden Perioden

$$\delta = \delta_{oh} \pm \frac{1}{2}\sqrt{c^2K^2 + \delta_h^2}$$

in demselben Sinne verläuft, sowie eine Drehung im entgegengesetzten Sinne zwischen diesen beiden Perioden. Der Sinn der Drehung hängt außerdem von dem Vorzeichen von c und infolgedessen von der Ladung der Elektronen ab.

Wenn die Absorptionsbande im Magnetfelde keine merkliche Veränderung aufweist, so ist c außerordentlich klein, und die Drehung χ_h kann zu vernachlässigen sein.

2. Der Ausdruck χ' gibt die Drehung wieder, welche von der Periodenänderung der übrigen Elektronen herrührt, das heißt von dem Einfluß des Magnetfeldes auf die übrigen Banden außer der betrachteten Bande δ_{oh}. Diese Drehung ist umgekehrt proportional dem mittleren Brechungsindex n und wird durch die von der Bande δ_{oh} herrührende anomale Dispersion verändert. In der Nachbarschaft einer Bande, die sich gegen das Magnetfeld unempfindlich erweist, die indessen eine beträchtliche anomale Dispersion aufweist, (ε_h groß, c_h zu vernachlässigen), muß die Kurve für die Rotationsdispersion eine analoge Veränderung erleiden wie die Kurve für die anomale Dispersion, aber in entgegengesetztem Sinne, so daß das Drehungsvermögen wächst, wenn der Index n abnimmt.

Je nach den Werten für die Änderungen von χ_h und χ', welche durchaus verschiedene Modifikationen des Drehungsvermögens geben, wird man also zu beiden Seiten einer Absorptionsbande an der Kurve für die Rotationsdispersion entweder Störungen vom gleichen Sinne oder solche von entgegengesetztem Sinne beobachten müssen.

Bei der Schilderung der Versuchsergebnisse haben wir oben gesehen, daß Xenotim, dessen Banden durch das Magnetfeld stark beeinflußt werden, sich verhält wie die Dämpfe, welche den Zeemaneffekt zeigen, und daß er ein Drehungsvermögen besitzt, das zu beiden Seiten einer Bande denselben Sinn und im Innern der Bande den entgegengesetzten Sinn hat. Der Sinn des Drehungsvermögens hängt davon ab, in welchem Sinne sich die Absorptionsbanden der Zirkularschwingungen verschieben.

Beim Tysonit, der im ganzen Spektrum ein beträchtliches negatives Drehungsvermögen besitzt, habe ich gleichfalls, im Einklang mit der Theorie, in der Nachbarschaft der empfindlichen Banden eine Störung im Sinne der Rotationsdispersion zu beiden Seiten dieser Banden und im entgegengesetzten Sinne in ihrem Innern festgestellt. In der Nähe der Banden, die nicht empfindlich zu sein scheinen, habe ich kürzlich Modifikationen im Sinne der Rotationsdispersion beobachtet, und zwar bei der Temperatur der flüssigen Luft und an den Rändern einiger sehr intensiver Banden, die eine sehr starke anomale Dispersion zeigen. Wie die vorstehende Theorie es voraussehen ließ, verläuft die Störung zu beiden Seiten dieser Banden in entgegengesetztem Sinne, und die Drehung nimmt ab, wenn der Brechungsindex zunimmt. In einer demnächst zu veröffentlichenden Abhandlung werde ich diese Versuche in ihren Einzelheiten beschreiben.

IV.

Schlußfolgerungen.

Aus der Vergleichung zwischen den Versuchsergebnissen und den theoretischen Folgerungen kann man schließen, daß die Theorie, welche wir hier soeben entwickelt haben, die an den Kristallen beobachteten magnetooptischen Erscheinungen in ihrer Gesamtheit zu erklären gestattet. Diese Theorie zeigt eine befriedigende Übereinstimmung mit der Mehrzahl der beobachteten Wirkungen und gibt insbesondere die Erklärung für die unsymmetrischen Veränderungen der Absorptionsbanden bei den nicht isotropen Körpern.

Eine gewisse Anzahl von Tatsachen bleibt indessen unerklärt. Eines der besonders charakteristischen Beispiele ist folgendes: Steht das Lichtbündel senkrecht zur Feldrichtung, und verläuft die optische Achse des Kristalls parallel zum Strahlenbündel, so müßte, wenn eine Bande des ordentlichen Spektrums für die zur Feldrichtung normale Schwingung ein Duplett liefert, nach der Theorie im außerordentlichen Spektrum eine Bande mit einer Wellenlänge vorhanden sein, die zwischen den Wellenlängen der beiden Komponenten des Dupletts liegt. Diese Schlußfolgerung ist an gewissen Banden des Xenotims nicht bestätigt worden.

Bei der weiteren Fortführung dieser Untersuchungen will ich den Einfluß der Temperatur auf die Absorptionserscheinungen untersuchen.

Bei der Temperatur der flüssigen Luft zeigen die Banden eine geradezu bemerkenswerte Schärfe und Intensität und lösen sich im allgemeinen in mehrere Komponenten auf.

Diese neue Erscheinung gestattet festzustellen, daß eine große Anzahl von Banden zusammengesetzt ist, und diese Zusammengesetztheit von Banden, die bei gewöhnlicher Temperatur als einfache erschienen, wird meiner Ansicht nach gestatten, gewisse an den Modifikationen im Magnetfelde beobachtete Anomalien zu rechtfertigen.

Immerhin haben die letzten Beobachtungen, die ich an Kristallen gemacht habe, welche in flüssige Luft getaucht waren, Ergebnisse geliefert, welche die Theorie in ihrer obigen Form zu erklären nicht imstande ist. So gibt die Bande bei 522,15 $\mu\mu$ im ordentlichen Spektrum des Xenotims — eine Bande, die bei der Temperatur von + 190° einheitlich bleibt — unter dem Einflusse eines zur Richtung des Lichtstrahlenbündels und zur optischen Achse normalen Magnetfeldes für die zur Feldrichtung normale Schwingung ein Triplett, das aus zwei sehr starken und sehr nahe beieinander liegenden und einer schwachen Komponente besteht. Diese Art einer Veränderung zeigt die Notwendigkeit einer allgemeinen Theorie.

Ich denke übrigens, daß man durch Anwendung analoger Gleichungen, wie die, mit Hilfe derer Voigt die Theorie des Zeemanphänomens zu verallgemeinern vermochte, auf den Fall nichtisotroper Körper imstande sein würde, auch die an den Kristallen beobachteten komplizierteren Effekte zu erklären.

März 1907.

(Aus dem Französischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 16. Juli 1907.)

Zur Erklärung der Unipolarität bei atmosphärischen Zerstreuungsmessungen.

Von K. W. Fritz Kohlrausch.

In einem auf der Naturforscherversammlung 1906 gehaltenen Vortrag[1]) erklärt Herr Kurz die bei atmosphärischen Zerstreuungsmessungen beobachtete Unipolarität durch die Wirkung abgelagerter radioaktiver Induktionen. Wird ein zu einem hohen negativen Potential geladener Draht in die freie Luft gehängt, so setzen sich auf ihm merkliche Mengen aktiver Zerfallsprodukte ab; bei Anwendung positiver Spannungen ist dies nicht oder nur sehr wenig der Fall. Das hätte zur Folge, daß bei Zerstreuungsmessungen die Werte für den positiven Bestandteil der Leitfähigkeit, d. i. bei negativer Ladung des Zerstreuungskörpers, durch den Einfluß der Induktion erhöht werden, demnach größer als für die entsprechenden negativen Werte der Leitfähigkeit ausfallen müssen.

1) Diese Zeitschr. **7**, 771, 1906.

Aus meinen im Sommer 1906 ausgeführten Messungen[1]) der atmosphärischen Induktion folgernd, halte ich es für unmöglich, die bisher konstatierten, stellenweise ziemlich beträchtlichen Differenzen zwischen den Leitfähigkeiten verschiedenen Vorzeichens auf Induktionswirkungen zurückführen zu können. Nach meinen Messungen betrug der Mittelwert der Induktion $\varepsilon = 10^{-5}$ st. E.; d. h. die in einem m^3 Luft enthaltenen Induktionen sind imstande, den Sättigungsstrom ε zu liefern.

Jeder negativ geladene Zerstreuungskörper übt bis zu einer gewissen Entfernung eine Anziehungskraft auf die Induktion aus und entzieht sie der umgebenden Luft. Φ sei die Luftmenge, die, sei es durch künstliche, sei es durch natürliche Aspiration in der Sekunde in die Wirkungssphäre des Zerstreuungskörpers gelangt, t die Zeit, während der dieser der Aspiration ausgesetzt ist und λ die Abklingungskonstante für das betreffende Zerfallsprodukt, dann ist die während der Zeit t auf den geladenen Körper niedergeschlagene Induktionsmenge gegeben durch den Ausdruck:

$$M = \varepsilon \Phi \int^{t} e^{-\lambda (t-x)}\, dx = \frac{\varepsilon \Phi}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t}).^{2})$$

Setzt man ε als konstant voraus, vernachlässigt man also alle von den meteorologischen Verhältnissen abhängigen Schwankungen, so wird M nur von Φ, d. i. von den Dimensionen resp. der Fördermenge des Apparats und von der Zeit t abhängig. Für die einschlägigen Messungen kommen drei Apparattypen in Betracht, die in folgendem diskutiert werden mögen.

1. Der Gerdiensche Aspirator. Nimmt man dabei die Luftgeschwindigkeit im Mittel als 3 $\frac{m}{Sek.}$ an — es entspricht dies zwei Kurbelumdrehungen pro Sekunde —, so erhält man eine Fördermenge $\Phi = 0{,}06$ m^3. $\frac{\varepsilon \Phi}{\lambda}$ wird, wenn man die vielleicht etwas willkürliche Annahme macht, daß $\varepsilon = 10^{-5}$ der Durchschnittswert für alle Beobachtungsorte ist, gleich

1) Sitzungsber. der Wiener Akademie **115**, Abt. IIa, Oktober 1906.

2) Um die spätere Rechnung nicht zu kompliziert zu machen, wähle ich diese vereinfachte Formel, die davon absieht, daß Radium-A abgefangen wird und aus diesem erst B und C entstehen. Die Formel ist so abgeleitet, als ob direkt Radium-C auf dem Zerstreuungskörper niedergeschlagen würde; deshalb ist später für λ auch der Wert $4{,}1 \cdot 10^{-4}$ eingesetzt.

$15 \cdot 10^{-4}$. Gewöhnlich dauert eine Leitfähigkeitsmessung 3—7, im Mittel 5 Minuten. Während dieser Zeit werden 12 Proz. des erhältlichen Induktionsgehalts abgefangen. Es wird also $M = 1{,}8 \cdot 10^{-4}$ st. E., was einem Spannungsrückgang am Elektroskop von etwa 0,2 $\frac{\text{Volt}}{\text{Minuten}}$ entspricht. Bei einer Ionenzahl von 1000 Ionen im cm^3 beträgt aber der Spannungsverlust ca. 20 $\frac{\text{Volt}}{\text{Minuten}}$. Man kann also sagen, daß im Durchschnitt die Induktionswirkung 1 Proz. der Zerstreuungswirkung beträgt; und dies ist eine Beeinflussung, die selbst bei Mikroskopablesung nicht sicher zu konstatieren ist.

2. Für den Ebertschen Aspirationsapparat stehen die Verhältnisse noch ungünstiger. Seine Fördermenge beträgt nur 0,0017 $\frac{m^3}{\text{Sek.}}$; $\frac{\varepsilon \Phi}{\lambda} = 0{,}4 \cdot 10^{-4}$. Allerdings ist die Aspirationsdauer länger, $t = 15'$, so daß 30 Proz. der Induktion abgefangen werden. Dies gibt $M = 1{,}2 \cdot 10^{-5}$ st. E. $= 0{,}012$ $\frac{\text{Volt}}{\text{Minuten}}$. Und gerade dieser Apparat ist es, mit dem heute die meisten Zerstreuungsversuche gemacht werden und der uns den Hauptanteil für den Mittelwert von q liefert.

3. Für den Elster-Geitelschen Zerstreuungsapparat lassen sich solche Berechnungen nicht aufstellen, da er mit unbekannter und inkonstanter Fördermenge arbeitet. Größer als beim Gerdienschen Apparat dürfte der betreffende Effekt wohl nicht sein.

Eine weitere Überlegung läßt einen solchen Einfluß der Induktion bei den beiden Aspirationsapparaten noch unwahrscheinlicher erscheinen. Denn wenn auch die abgelagerten Induktionsmengen von einer solchen Größenordnung wären, daß sie die Zerstreuungswerte merklich ändern könnten, könnte sich eine derartige Einwirkung nur bei Apparat 3, nicht aber bei 1 und 2 bemerkbar machen. Letztere sind Röhrenkondensatoren und mag nun die innere Elektrode positiv oder negativ geladen sein, Induktion wird in beiden Fällen abgefangen, das einemal von der Wand, das anderemal von der inneren Elektrode. Allerdings könnte die störende Ionisationswirkung der Induktion in letzterem Falle wegen des geänderten Feldes ein wenig größer sein. Doch müßte man zu ganz unwahrscheinlich hohen Werten für ε gehen, um q daraus erklären zu können.

Auch bei einer praktischen Prüfung dieser Frage am Gerdienschen und Elster-Geitelschen Apparat konnte ich den von Herrn Kurz angegebenen Effekt nicht bemerken. Leider kann ich der langen von mir angestellten Messungsreihe mit Apparat 1 keine Beweiskraft zuerkennen, da sich nachträglich herausstellte, daß der isolierende Bernstein im Elektroskope sehr starke Polarisationserscheinungen zeigte und ich nachträglich nicht sagen kann, ob ich diese bei meinen Messungen genügend berücksichtigt hatte.

Die Versuche mit Methode 3 wurden in der Art gemacht, daß ich Zerstreuung und eventuelle Induktionswirkung am gleichen Apparat messen konnte. Auf den Hals eines gewöhnlichen Elektroskops wurde ein Teller aufgesetzt, auf den Blättchenträger der Zerstreuungskörper gesteckt und über diesen ein genügend großer Topf gestülpt, der mit seinem unteren Rande auf dem Teller aufsaß. Bei geschlossener Topfanordnung wurde die Isolationsprobe $\mathcal{J}_1$ gemacht; dann der Topf auf 15′ entfernt, der Zerstreuungskörper also exponiert und über diese Zeit die Zerstreuung a gemessen, nachher der Topf wieder aufgesetzt und die Isolationsprobe wiederholt ($\mathcal{J}_2$). Wenn sich während dieser 15′ genügend viel Induktion ablagert, muß nach der Exposition der Spannungsrückgang ein größerer sein als vorher, und zwar darf dies nur bei negativer Ladung der Fall sein und muß um so sicherer zu konstatieren sein, je mehr q von der Einheit abweicht.

Die Messungen wurden in Klosterneuburg-Weidling (eine Stunde von Wien entfernt) in einem vor dem Erdfeld geschützten Raum während der Monate Februar bis Juni durchgeführt. Aus einem ziemlich umfangreichen Beobachtungsmaterial ergaben sich wohl Differenzen zwischen $\mathcal{J}_1$ und $\mathcal{J}_2$, doch konnte ich diese einesteils bei beiden Vorzeichen im gleichen Maß konstatieren, andernteils ergab sich nicht der geringste Zusammenhang mit den Änderungen von q. Das gleiche war bei einer anderen Messungsreihe der Fall, bei der ich statt der Lupe ein Mikroskop mit Okularmikrometer (ca. zehnfache Vergrößerung) verwendete. In beiden Fällen scheinen mir diese Differenzen zwischen $\mathcal{J}_1$ und $\mathcal{J}_2$ wegen ihrer Unregelmäßigkeit auf Beobachtungsfehlern, wie Ablesungsfehler, geringe und unkontrollierbare „Kri-Kri"-Erscheinungen, Luftströmungen im Innern des Elektroskops, Polarisationserscheinungen des Bernsteins usw. zu beruhen. Ich gebe im folgenden einige prägnante Beispiele — großer Wert von q — aus der zuletzt genannten Messungsreihe; in der Tabelle sind die einzelnen Werte in Volt-Minuten angegeben und für verschiedene Ladung des Zerstreuungskörpers durch das entsprechende Vorzeichen geschieden. Die Zeit der Messung war immer die gleiche, nämlich 10 Uhr vormittags.

Datum	$+\mathcal{J}_1$	$+\mathcal{J}_2$	$+a$	$-\mathcal{J}_1$	$-\mathcal{J}_2$	$-a$	$q=\frac{-a}{+a}$
3. Mai	0,17	0,19	0,8	0,34	0,31	1,9	2,4
4. Mai	0,20	0,20	1,2	0,34	0,41	2,4	2
22. Mai	0,29	0,43	2,0	0,48	0,39	2,6	1,3
24. Mai	0,20	0,34	1,0	0,36	0,43	1,6	1,6
28. Mai	0,17	0,24	1,9	0,37	0,34	2,9	1,5
1. Juni	0,32	0,49	4,8	0,36	0,34	6,5	1,4

Aus allen meinen Messungen läßt sich der besprochene Effekt der Induktion nicht nachweisen. Ich glaube also, daß jetzt noch kein Grund vorliegt, von den bisher gebräuchlichen Erklärungen für $q > 1$ abzugehen.

Meinen verbindlichsten Dank spreche ich auch an dieser Stelle Herrn Direktor Haitinger aus, der mir in jeder Weise entgegenkommend den Arbeitsplatz in seinem Park in Weidling zur Verfügung stellte.

Wien, II. physik. Institut der Universität, Juni 1907.

(Eingegangen 9. Juli 1907.)

Einige Wirkungen des ultravioletten Lichtes.

Von J. G. Davidson.

In einigen Heften des vorigen Jahrganges dieser Zeitschrift [1]) habe ich einige früher von mir ausgeführte Versuche beschrieben, durch welche ich zu einer Theorie über das Phänomen gelangt bin, welches man als „Scheinbare Wiedervereinigung von Ionen" bezeichnen kann. Wie man heutzutage annimmt, umgeben sich sowohl positive als auch negative Ionen mit neutralen Molekülen. Wenn nun zwei solche Aggregate zusammentreffen, so können die entgegengesetzt geladenen Teilchen noch durch ein oder mehrere neutrale Moleküle voneinander getrennt sein. Ist dies der Fall, so wird die zwischen ihnen wirkende Anziehung verhältnismäßig schwach sein, und sie werden leicht wieder voneinander getrennt werden können. Es zeigt sich, daß dieser Fall da eintritt, wo die Ionenaggregate bekanntermaßen sehr groß sind, wie beispielsweise in Flammengasen; dagegen sind, wie allgemein anerkannt ist, die Ionen, welche sich in trockenen, staubfreien Gasen sowohl um positive wie um negative Teilchen bilden, verhältnismäßig klein, und meine Arbeit bezweckt nun zu zeigen, daß die Wiedervereinigung solcher Ionen eine vollständige ist; das heißt, die anhaftenden neutralen Moleküle fallen ab, und die entgegengesetzt geladenen Teilchen vereinigen sich tatsächlich. Hohe Temperaturen und ultraviolettes Licht gelangten zur Anwendung, um eine zweite Ionisation zu erzeugen, nachdem anscheinend eine Wiedervereinigung stattgefunden hatte. Die letztgenannte Methode zeitigte eine große Reihe verschiedenartiger interessanter Ergebnisse. Über einige von diesen will ich hier berichten.

Sind Metalldrähte in Gebieten gehalten worden, wo Ionisation stattfand, so pflegen sie unter der Einwirkung ultravioletten Lichtes eine negative Ladung viel schneller zu verlieren als vordem. Dieses Ergebnis wird allerdings zuweilen durch Veränderungen an dem Metall selbst, wie etwa durch Oxydation, verdunkelt. Am besten benutzt man hierbei Platin oder Palladium, weil sie ein großes Absorptionsvermögen besitzen und frei von Korrosion sind.

Ein Stück Platin, das man in eine gewöhnliche Gasflamme hält, wird sehr aktiv, und dasselbe Ergebnis, wenn auch in geringerem Maße, erhält man, wenn man es über die Flamme hält, wo die Gase kalt sind. Diese Aktivität bleibt praktisch konstant, während der Draht selbst zwei bis drei Stunden lang unter der Einwirkung des Lichtes negative Elektrizität abgibt, wenn er in einer Flamme gründlich erhitzt worden war; wenn die Aktivität schließlich nachzulassen beginnt, so fällt sie in einigen wenigen Minuten praktisch auf null ab. Bewahrt man einen Draht, der durch eine Flamme aktiv gemacht worden ist, eine Woche lang in staubfreier Luft auf, so büßt seine Aktivität nichts an Intensität ein; sie kann aber vertrieben werden, wenn man den Draht durch einen elektrischen Strom in Luft auf eine nicht weit oberhalb 300° liegende Temperatur erhitzt. Es zeigt sich, daß ein Draht auch dann aktiv ist, wenn er in einer elektrolytischen Zelle als Elektrode gedient hat; dabei muß man indessen Sorge tragen, daß sich keine Hydroxyde an den Draht anlagern, wenn an ihm ein Metall aus den beiden ersten Gruppen in Freiheit gesetzt wird. Bei diesem letzten Phänomen gibt es eine bemerkenswerte Ausnahme: Es entsteht keine Aktivität, wenn an dem Draht Sauerstoff frei gemacht wird, und jegliche Aktivität, welche der Draht zuvor besessen hat, wird dabei tatsächlich zerstört. Dies ist die einzige Möglichkeit, einen aktiven Draht innerhalb einer vernunftgemäßen Zeit zu reinigen, die ich habe ausfindig machen können. Ein nicht aktiver Draht wird aktiv, wenn man ihn in Luft durch einen elektrischen Strom auf Rotglut erhitzt. Beim Platin ist diese Aktivität permanent, dagegen werden Metalle, welche sich bei der angewandten Temperatur oxydieren, bei Zimmertemperatur in wenigen Sekunden inaktiv.

Ein geladener Draht nimmt in Flammengasen nicht schneller Aktivität an als ein ungeladener. Ein geladener oder neutraler Draht wird in Luft, die durch Röntgenstrahlen oder durch Radiotellur stark ionisiert ist, nicht aktiv.

1) Diese Zeitschr. 7, 108 und 815, 1906.

Ich habe eine ganze Menge Beobachtungsreihen über die Aktivität von Drähten ausgeführt, die bei steigender und fallender Temperatur in Luft von Atmosphärendruck in verschiedener Weise behandelt worden waren. Im allgemeinen hat sich gezeigt, daß solche Drähte, deren Aktivität einem Alkalimetall oder einem okkludierten Gase zuzuschreiben ist, ein mehr oder minder scharf ausgesprochenes Minimum bei einer Temperatur zwischen 100^0 und 200^0 aufweisen; die Aktivität der weniger leicht oxydierenden Metalle weist dieses Minimum nicht auf. In allen Fällen steigt die Kurve sehr schnell an, wenn sich der Draht der Rotglut nähert. Millikan und Winchester[1]) fanden an Drähten bei Erwärmung im höchsten erreichbaren Vakuum keine Änderung mit der Temperatur; sie machen aber keine Angaben darüber, ob sie Temperaturen von der Höhe der Rotglut angewendet haben. Es zeigt sich, daß mit fallender Temperatur ein Teil der von der hohen Temperatur herrührenden Extraaktivität mehr oder weniger beständig bleibt, und den von Zeleny[2]) beobachteten aber nicht weiter untersuchten Hysteresiseffekt zeigt. Indessen kann man die Kurve, welche den Verlauf der Aktivität bei steigender Temperatur darstellt, rückwärts durchlaufen, wenn man die Temperatur genügend langsam erniedrigt.

Aus den Untersuchungen von Strutt scheint hervorzugehen, daß das in Felsgesteinen sich vorfindende radioaktive Material nicht ausreicht, mehr als etwa den vierten Teil der in der Atmosphäre herrschenden Ionisation zu erklären. Meine Versuche sind nach dieser Richtung hin sehr fruchtbar. Überdies läßt die lange Periode, während welcher diese Aktivität sich auf der Oberfläche eines Metalls erhält, vermuten, daß sich aus ihr wenigstens ein Teil der scheinbaren Aktivität der Metalle erklären läßt, denn sie geben, wenn sie durch Flammengase aktiviert werden, Ionen in sehr mattem Lichte ab, obgleich die Frage noch unentschieden ist, ob sie ihre Kraft im Dunkeln behalten.

Beim Versuch, die lichtelektrische Ermüdung von Metallen, die ultraviolettem Licht ausgesetzt werden, zu erklären, werden von verschiedenen Forschern verschiedene Theorien befürwortet: Oxydation, Bildung von Schichten neutraler Gase, Bildung von Doppelschichten ionisierten Gases, oder eine Art chemischer Veränderung im Metall selbst. Keine dieser Theorien vermag alle meine Ergebnisse zu erklären, und es scheint sicher, daß jede Erklärung das Wesen der Erscheinung teilweise trifft.

Einen ausführlicheren Bericht über den ganzen Gedankengang werde ich demnächst veröffentlichen.

Universität von Californien, 11. Juli 1907.

(Aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé)

(Eingegangen 29. Juli 1907.)

1) Millikan and Winchester, Phys. Rev. **24**, 116, 1907.

2) Zeleny, Phys. Rev. 1901, S. 321.

Die Absorption von Wasserstoff seitens dünner Metallschichten.

Von Walter Heald.

Eine Anzahl Metalle absorbieren bekanntlich unter gewissen Bedingungen Gas. Einige von ihnen, wie Silber und Gold, besitzen die Fähigkeit, im geschmolzenen Zustande dieses Gas aus der Luft zu absorbieren, ganz wie andere Flüssigkeiten; wenn das Metall erstarrt, wird dieses Gas dann wieder abgegeben. Palladium absorbiert selbst im festen Zustande sehr große Mengen Wasserstoff. Beispielsweise nimmt ein Stück Palladium, das als negativer Pol bei der Elektrolyse einer verdünnten Lösung von Schwefelsäure verwandt wird, ungefähr das Neunhundertfache seines eigenen Volumens an Wasserstoff in sich auf.

Skinner[1]) hat gefunden, daß die meisten Metalle, wenn man sie als Kathode in einem Entladungsrohr verwendet, Wasserstoff abgeben. Das zeigt, daß die Metalle in natürlichem Zustande eine gewisse Menge Wasserstoff absorbiert enthalten.

Bei der vorliegenden Untersuchung handelte es sich um den Versuch, die Gasmenge zu bestimmen, welche eine gewisse Menge Metall entwickelt, wenn sie durch einen starken elektrischen Strom in einer Atmosphäre von Wasserstoff verdampft wird. Dabei bemerkte ich, daß, nachdem die Verdampfung eingetreten war, der Gasdruck allmählich abnahm. Eine Temperaturabnahme, die nur kurze Zeit dauern konnte, vermochte diese Abnahme nicht zu erklären, denn der Druck nahm in manchen Fällen eine Stunde lang und noch länger fortgesetzt ab. Nach dem Zerbrechen der Röhre ergab sich, daß anscheinend die einzige Veränderung, die an ihr stattgefunden hatte, darin bestand, daß sich an der Röhrenwandung ein Metallüberzug niedergeschlagen hatte. Ich zog daraus den Schluß, daß das frisch niedergeschlagene Metall allmählich Wasserstoff aus dem Molekularzustand absorbiert hat.

Wenn Wasserstoff bei der Elektrolyse einer verdünnten Schwefelsäurelösung von einer Palladiumkathode absorbiert wird, so befindet er sich in statu nascendi. Das mag auch dann der Fall sein, wenn er von heißen Metallen ab-

1) Phys. Rev. **21**, Nr. 1, 1905.

sorbiert wird, denn zum mindesten begünstigt die Temperatur seine Dissoziation. Wenn demnach Wasserstoff, der sich im molekularen Zustande befindet, seitens einer kalten dünnen Metallschicht absorbiert wird, so erscheint es als höchstwahrscheinlich, daß das Metall unter diesen Verhältnissen den Wasserstoff dissoziiert, dabei aber vielleicht eine starke Verwandtschaft zum Wasserstoffmolekül hat und dieses absorbiert. Auf jeden Fall ist es von Interesse, einiges über die Absorption von Wasserstoff seitens dünner Schichten verschiedener Metalle zu erfahren, die in der oben geschilderten Weise hergestellt worden sind.

Der Zweck dieser Untersuchung bestand also darin, Niederschläge von einer Reihe verschiedener Metalle in einer mit Wasserstoff gefüllten Röhre zu erhalten und die Menge des Gases zu messen, welche jedes der Metalle absorbierte, sowie die Schnelligkeit, mit welcher diese Absorption erfolgte. Die Niederschläge erzeugte ich, wie bereits angedeutet, in der Weise, daß ich das Metall in einer Entladungsröhre mit Hilfe eines starken elektrischen Stromes verdampfte und es dann an der Wandung der Röhre sich niederschlagen ließ. Ich hatte gehofft, daß es mir gelingen würde, auch die Menge des aktiven Metalls zu bestimmen, aber diese erwies sich als zu klein, um gemessen werden zu können.

Apparat und Versuchsmethode.

Die Form der Entladungsröhre ist in Fig. 1 im Schnitt dargestellt. Die Messingstäbe R

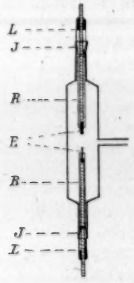

Fig. 1.

sind mit de Khotinskyschem Laboratoriumskitt in die Glasröhren L eingekittet, welche ihrerseits in die eingeschliffenen Glasstopfen J passen. Die Elektroden E vertreten das zu untersuchende Metall. Sie wurden in die Enden der Messingstäbe entweder eingeschraubt oder eingeklemmt. Die Messingstäbe waren so weit von Glasröhren umschlossen, daß die Entladung auf die als Elektroden benutzten Metalle beschränkt blieb.

Die Entladungsröhre war mit einer Luftpumpe verbunden, sowie mit einem Trockenrohr mit Phosphorpentoxydfüllung. Sie war weiter mit einer Vorratsflasche verbunden, die trockenen Wasserstoff enthielt, der durch Elektrolyse verdünnter Phosphorsäure erzeugt wurde. Endlich stand die Röhre noch mit einem zur Druckmessung dienenden Mc Leod-Manometer in Verbindung. Dieses Manometer vergrößerte den Druck hundertfach.

Nach dem Auspumpen der Entladungsröhre ließ ich sie mehrere Stunden lang mit dem Phosphorpentoxydrohr in Verbindung, ehe ich Wasserstoff einließ.

Der zur Verdampfung des Metalls verwendete Strom wurde von einer Batterie kleiner Akkumulatoren geliefert. Für gewöhnlich wandte ich eine Potentialdifferenz von ungefähr 1000 Volt an. Die Stromstärke wurde durch Einschalten einer Durchschmelzsicherung aus Kupferdraht in den Stromkreis geregelt. Der Strom wurde so lange hindurchgesandt, bis die Sicherung schmolz, was ungefähr eine halbe bis zwei oder drei Sekunden in Anspruch nahm. In den meisten Fällen verwandte ich die Drahtstärke Nr. 32 nach der B- und S-Leere; in einigen Fällen schaltete ich einen Draht von der Stärke Nr. 36 mit diesem parallel.

Die Entladungsröhre wurde mit Wasserstoff bis auf einen Druck von 1 bis 6 mm gefüllt, und dann wurde der Verdampfungsstrom hindurchgeschickt. Das Volumen des von dem Gase eingenommenen Raumes betrug ungefähr 500 cm^3.

Bei den meisten Metallen bot es beträchtliche Schwierigkeit, einen Niederschlag zu erhalten, der genügte, um meßbare Ergebnisse zu liefern. Ich versuchte zwei Methoden zur Verdampfung des Metalls. Die erste Methode bestand darin, daß ich zwei Stücke als Elektroden benutzte und diese in etwa 1 Zoll Entfernung voneinander brachte. Bei der zweiten Methode verband ich den Messingstab R mit einem Drahte aus dem zu untersuchenden Metall, dann brachte ich ihn zum Schmelzen dadurch, daß ich einen elektrischen Strom hindurchschickte, so daß durch den Lichtbogen, der auftrat, wenn durch das Schmelzen des Drahtes der Stromkreis unterbrochen wurde, ein Teil des Metalls verdampft wurde. Es zeigte sich, daß die erste Methode befriedigendere Ergebnisse lieferte; ich wendete daher in den meisten Fällen diese an.

Ich gebe im nachstehenden einen Bericht über die untersuchten Metalle und die damit erhaltenen Ergebnisse.

Cadmium.

Ich untersuchte zuerst Cadmium; dieses Metall hat nämlich einen verhältnismäßig niedrigen Schmelzpunkt und mußte sich daher leicht verdampfen lassen. Bei Anwendung einer Cadmiumscheibe als Kathode und einer Stahlscheibe als Anode schien der Metallüberzug ganz und gar von der Kathode herzukommen, denn der Niederschlag bildete sich nur an den der Kathode benachbarten Teilen der Röhrenwandung. Außerdem wies nur die Oberfläche der Kathode eine Erosion auf. Dasselbe galt für andere Metalle. Ich nehme deshalb an, daß der Niederschlag in allen Fällen aus demselben Material bestand wie die Kathode.

Ich stellte drei Niederschläge von Cadmium her, von denen jeder von einer gewissen Gasabsorption begleitet war. In dem Falle, wo der Niederschlag am schwersten war, erhielt ich folgende Ergebnisse:

Der Niederschlag wurde um $2^h\ 10'$ p. m. erzeugt.

Zeit	Druck in mm
$2^h\ 10'\ 30''$ p. m.	1,365
$2^h\ 15'\ 30''$ „ „	1,340
$2^h\ 25'\ 30''$ „ „	1,330

Im weiteren Verlauf blieb der Druck konstant.

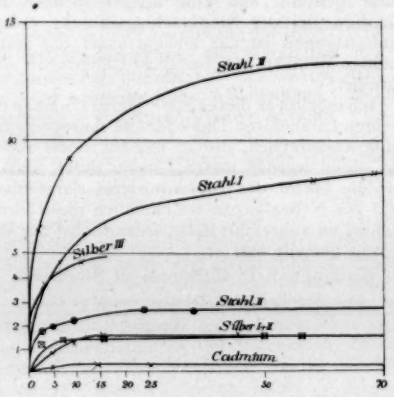

Fig. 2.

Die auf Grund dieser Ergebnisse gezeichnete Absorptionskurve findet sich in Figur 2. Daselbst stellen die Ordinaten die Abnahme des Gasdrucks dar.

Stahl.

Ich versuchte beide Methoden, um Stahl niederzuschlagen. Mit der ersten Methode, unter Verwendung scheibenförmiger Elektroden, erzielte ich folgende Ergebnisse:

1. Es bildete sich ein ziemlich schwerer Niederschlag auf eine Länge von 3 bis 4 cm der Röhrenwandung.

Der Niederschlag wurde um $10^h\ 13'\ 30''$ a. m. gebildet.

Zeit	Druck in mm
$10^h\ 14'$ a. m.	4,48
$10^h\ 16'$ „ „	4,23
$10^h\ 20'$ „ „	4,03
$10^h\ 26'$ „ „	3,90
$11^h\ 13'$ „ „	3,67
$11^h\ 25'$ „ „	3,638
$11^h\ 58'$ „ „	3,629
$2^h\ 30'$ p. m.	3,628

2. Es bildete sich nur ein sehr leichter Niederschlag; er entstand um $8^h\ 58'$ a. m.

Zeit	Druck in mm
$8^h\ 58'\ 10''$ a. m.	2,61
$9^h\ 00'$ „ „	2,44
$9^h\ 02'$ „ „	2,42
$9^h\ 09'$ „ „	2,38
$9^h\ 22'$ „ „	2,355
$9^h\ 32'$ „ „	2,36

3. Der Niederschlag war stärker als jeder der beiden eben genannten; er wurde um $9^h\ 35'$ a. m. gebildet.

Zeit	Druck in mm
$9^h\ 35'\ 10''$ a. m.	5,626
$9^h\ 38'$ „ „	5,0
$9^h\ 45'$ „ „	4,687
$9^h\ 55'$ „ „	4,515
$10^h\ 37'$ „ „	4,336
$11^h\ 37'$ „ „	4,285
$1^h\ 38'$ p. m.	4,302

Die nach diesen Ergebnissen gezeichneten Absorptionskurven sind gleichfalls in Figur 2 enthalten. Die Verschiedenheit in den Kurven beruht offenbar auf der Verschiedenheit der niedergeschlagenen Metallmenge.

Bei Anwendung der zweiten Methode konnte ich nur in einem einzigen Falle einen einigermaßen merklichen Niederschlag erhalten, und in diesem Falle war nicht nur der Stahldraht verdampft, sondern auch ein Teil von den Enden der Messingstäbe und etwas von dem Lötmaterial, mit dem die Klemmen befestigt waren. Ich teile deshalb die Ergebnisse dieses Falles nicht mit.

Silber.

Ich verwendete eine Silberscheibe als Kathode und eine Stahlscheibe als Anode. Ich erhielt nur leichte Niederschläge, mit Ausnahme des Falles **3**, in welchem der Niederschlag ziemlich schwer war.

Im folgenden teile ich die Ergebnisse mit:

1. Der Niederschlag wurde um $9^h\ 8'$ a. m. gewonnen.

Zeit	Druck in mm
$9^h\ 8'\ 10''$ a. m.	2,162
$9^h\ 12'$ „ „	2,08
$9^h\ 16'$ „ „	2,05
$9^h\ 24'$ „ „	2,01
$9^h\ 45'$ „ „	2,015
$9^h\ 51'$ „ „	2,01

2. Der Niederschlag wurde um $10^h\ 35'\ 30''$ a. m. gewonnen.

Zeit	Druck in mm
$10^h\ 35'\ 40''$ a. m.	2,09
$10^h\ 37'\ 30''$ „ „	1,987
$10^h\ 41'\ 30''$ „ „	1,976
$10^h\ 51'\ 30''$ „ „	1,954
$11^h\ 24'\ 30''$ „ „	1,94
$11^h\ 35'$ „ „	1,942

3. Der Niederschlag wurde um $11^h\ 40'$ a. m. gewonnen.

Zeit	Druck in mm
$11^h\ 40'\ 5''$ a. m.	2,74
$11^h\ 43'$ „ „	2,39
$11^h\ 49'$ „ „	2,308

Die Absorptionskurven, welche sich aus diesen Werten ergeben, sind aus Figur 2 zu ersehen.

Zink.

Bei den Versuchen mit Zink benutzte ich nur die erste Methode mit Elektroden aus Zinkdraht. Die Ergebnisse schienen ziemlich widersprechend zu sein. Zuweilen fand anscheinend, nachdem der Zinküberzug sich niedergeschlagen hatte, ein unbedeutender Anstieg des Druckes statt, und zuweilen eine geringe Abnahme. In jedem Falle war indessen der Effekt so gering, daß er auf Rechnung von Ablesungsfehlern bei der Druckbestimmung gesetzt werden konnte.

Aluminium.

Ich machte verschiedene Versuche, unter Verwendung von Drahtstücken als Anode wie als Kathode Aluminiumniederschläge zu erhalten. In zwei Fällen erhielt ich einen leichten Niederschlag. Es zeigte sich, wenn überhaupt, jedenfalls nur eine sehr geringe Abnahme des Druckes mit der Zeit. Jedoch trat eine entschiedene Druckabnahme durch den augenblicklichen Strom ein. Sie betrug im ersten Falle 0,42 mm und im zweiten 0,17 mm. Es ist daher wahrscheinlich, daß die gesamte Absorption innerhalb fünf Sekunden nach der Bildung des Niederschlags stattgefunden hat.

Platin.

Bei Verwendung dünner Platindrähte als Elektroden erhielt ich geringe Niederschläge. Gerade wie beim Aluminium schien nach der Bildung des Niederschlags keine Druckabnahme vorzukommen, dagegen trat eine ganz große Druckabnahme während des Stromdurchganges auf. In einem Falle belief sich diese auf 0,53 mm. Bekanntlich absorbiert Platin große Mengen Wasserstoff, und zwar unter gewissen Bedingungen sehr schnell; es ist daher möglich, daß sowohl von dem Platinüberzug wie von dem Aluminiumüberzug das Gas so schnell absorbiert worden ist, daß das Metall bereits vollständig gesättigt war, ehe der Druck abgelesen werden konnte.

Von den untersuchten Metallen lieferten Cadmium, Silber und Stahl sichere Ergebnisse inbetreff der Geschwindigkeit der Absorption von Wasserstoff seitens dünner Schichten. Bei Aluminium und Platin machten sich nur Anzeichen dafür geltend, daß eine ausgesprochene Absorption bei der Niederschlagsbildung erfolgt. Zink dagegen ist das einzige unter den untersuchten Metallen, welches diese Eigenschaft nicht aufweist.

Ich möchte an dieser Stelle Herrn Dr. Skinner meinen herzlichsten Dank für die Anregung und Hilfe aussprechen, die er mir bei dieser Arbeit hat zuteil werden lassen, sowie dafür, daß er mir die Mittel des Laboratoriums der Universität von Nebraska, an welchem ich diese Untersuchungen ausgeführt habe, freundlichst zur Verfügung gestellt hat.

Washington, D. C. Bureau of Standards.

(Aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 23. Juli 1907.)

BESPRECHUNGEN.

H. Dennis Taylor, A System of Applied Optics being a complete system of formulae of the second order, and the foundation of a complet system of the third order, with examples of their practical application. 4. — XVI + 334 p. With 24 plates. — London, Macmillan and Co., Ltd. 1906. — 30 sh.

Der Verfasser dieses Buches beabsichtigt, dem Mangel an englischen Werken über praktische Optik abzuhelfen. Er stützt sich bei der Abfassung seines Buches hauptsächlich auf deutsche Autoren, wie Lummer, von Rohr, Czapski u. a. Das Ziel der Arbeit ist, ein vollständiges System von algebraischen Formeln zweiten Grades aufzustellen, das auf jedes in der Praxis etwa vorkommende optische System anwendbar sein und mit großer Annäherung richtige Resultate liefern soll. Ist

das Buch, wie aus Obigem ersichtlich, auch in erster Linie für einen englischen Leserkreis bestimmt, so wird doch auch der deutsche Interessent es mit Nutzen und mit Freuden zur Hand nehmen, zumal es sich durch übersichtliche Anordnung und durch scharfe, klare Figuren vorteilhaft auszeichnet. Hinsichtlich seiner Ausstattung könnte man das Buch als Prachtwerk bezeichnen. Max Iklé.

O. D. Chwolson, Traité de Physique. Ouvrage traduit sur les éditions Russe et Allemande par E. Davaux. Édition revue et considérablement augmentée par l'auteur, suivie de notes sur la physique théorique par E. Cosserat et F. Cosserat. 8. — Tome Premier, Troisième Fascicule: L'état liquide et l'état solide des corps. Avec 136 figures dans le texte. — VII + 322 S. 12 Frcs. — Paris, A. Hermann. 1907.

Bereits vor einigen Monaten[1]) hatte ich Gelegenheit, einiger Hefte der französischen Ausgabe des vorzüglichen Lehrbuches von Chwolson Erwähnung zu tun. Ich habe dem damals Gesagten nichts hinzuzufügen.

1) Diese Zeitschr. **8**, 159, 1907.

Max Iklé.

E. Gehrcke, Die Anwendung der Interferenzen in der Spektroskopie und Metrologie. („Die Wissenschaft", Heft 17.) 8. VI u. 160 S. mit 73 eingedruckten Abbildungen. Braunschweig, Friedrich Vieweg & Sohn. 1906. M. 5,50, in Lwdbd. M. 6,20

Verfasser und Verleger haben sich durch Herausgabe dieses Heftes der „Wissenschaft" ein großes Verdienst erworben. Es wird hier eine Übersicht gegeben über die bisherigen Leistungen auf diesem Sondergebiet der Optik und über die noch der Erledigung harrenden Aufgaben. Es wird aber auch in überzeugender Weise gezeigt, wie innig eben dieses Sondergebiet mit so vielen anderen scheinbar ganz fernliegenden Gebieten der Naturwissenschaften verknüpft ist. Der Verfasser, der für die Entwickelung dieses Gebietes selbst Wertvolles geleistet hat, verfügt über die Fähigkeit, seinen Stoff in überaus klarer Weise zu formen. Es ist daher durchaus selbstverständlich, daß ein Werk von hervorragenden Qualitäten aus seiner Feder hervorgegangen ist. Max Iklé.

Richard Vater, Einführung in die Theorie und den Bau der neueren Wärmekraftmaschinen (Gasmaschinen). (Aus Natur und Geisteswelt. 21. Bändchen.) kl. 8. V u. 149 S. mit 34 Abbildungen. Zweite Auflage. Leipzig, B. G. Teubner. 1906. Geheftet M. 1,—, gebunden M. 1,25, Geschenkausgabe M. 2,50

In klarer und gemeinverständlicher Form führt der Verfasser den Leser in das Wesen der modernen Wärmekraftmaschinen ein, ohne irgendwelche Vorkenntnisse vorauszusetzen. Das hübsch ausgestattete Bändchen wird sich, schon in Anbetracht des allgemein interessanten Gegenstandes, besonders aber auch wegen des bei aller Gründlichkeit niemals trockenen Stiles, sicherlich einen großen Freundeskreis schaffen.

Max Iklé.

E. Glinzer, Kurzes Lehrbuch der Festigkeitslehre für Baugewerkschule und Baupraxis. gr. 8. VIII u. 152 S. Mit zahlreichen Übungsbeispielen und Aufgaben, 120 Textfiguren und 34 S. Tabellenanhang. 3. gänzlich umgearbeitete und vermehrte Auflage des „Grundriß der Festigkeitslehre". Leipzig, H. A. Ludwig Degener. 1907. M. 3,60, gebunden M. 4.—

Das für den technischen Elementarunterricht bestimmte Buch zeichnet sich durch eine reichhaltige Beispiel- und Figurensammlung aus. Die Schwierigkeiten, die für eine elementare Darstellung der Festigkeitslehre darin bestehen, daß die Hilfsmittel der höheren Mathematik angeschlossen sind, hat der Verfasser umgangen. Wenn auch so manche Sätze, wie z. B. die Knickformeln, mehr den Charakter von Glaubenstatsachen erhalten, so wird die praktische Brauchbarkeit des Buches dadurch doch nicht beeinträchtigt, indem die Anwendung der gegebenen Formeln in den Beispielen in klarster und eingehendster Weise vorgeführt wird.

W. Hort.

F. Krauß, Die Thermodynamik der Dampfmaschinen. 8. VIII u. 144 S. mit 17 Figuren. Berlin, Jul. Springer. 1907. M. 3.—

Das Werk enthält eine eingehende Besprechung und zahlenmäßige Abschätzung der im Arbeitsprozeß der Dampfmaschine unvermeidlichen Verluste an Hand der Begriffe der Energie und Entropie. Gegenüber der in den Lehrbüchern üblichen Darstellung des Stoffes fällt die gegenwärtige durch mäßigen Gebrauch an Formeln angenehm auf. Jedenfalls wird die Arbeit praktischen Dampfmaschineningenieuren in wärmetechnischen Fragen recht nützlich sein.

W. Hort.

J. Kozák, **Grundprobleme der Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate.** I. Band. gr. 8. XV und 263 S. mit 10 Figuren im Text. Wien, Carl Fromme. 1907. M. 11.—

F. R. Helmert, **Die Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate mit Anwendungen auf die Geodäsie, die Physik und die Theorie der Meßinstrumente.** 2. Aufl. 8. XVIII u. 578 S. Leipzig u. Berlin, B. G. Teubner. 1907. Gebunden M. 16.—

Das erstere Werk ist als Einleitung gedruckt für die Untersuchungen über das Schießwesen, die der Verfasser in einem zweiten Bande zu behandeln gedenkt. Wohl um Anfängern das Studium des Buches zu erleichtern, sind die Entwickelungen der Grundlagen des Fehlergesetzes ausführlicher gehalten, als es sonst üblich ist. Da eine Spezialisierung des Stoffes mit Rücksicht auf den zweiten Band nicht vorgenommen ist, wird sich das Buch zur Einführung in die Theorie der Methode der kleinsten Quadrate recht gut eignen. Der Anhang enthält eine Reihe Tabellen. Wesentlich für die Bedürfnisse der Praxis geschaffen ist das zweite, aus seiner ersten Auflage allgemein bekannte Werk. Es wird darum genügen, darauf hinzuweisen, daß wir kein anderes Lehrbuch der Methode der kleinsten Quadrate besitzen, welches die in den exakten Wissenschaften gebräuchlichen Methoden der Untersuchung und Diskussion von Beobachtungsreihen so eingehend und umfassend behandelt, wie es hier geschieht. Es seien hier besonders die Abschnitte: Über Untersuchung der Beobachtungsfehler, Näherungsweise, Darstellung von Funktionen und Ökonomie der Beobachtungen genannt. Die zahlreichen Beispiele sind aus den Gebieten der Physik, Astronomie und Geodäsie entnommen, doch überwiegen der Natur der Sache entsprechend die letzteren. E. Przybyllok.

Veröffentlichung des Kgl. Preuß. Geodätischen Instituts. Neue Folge Nr. 30.

O. Hecker, Seismometrische Beobachtungen in Potsdam in der Zeit vom 1. Jan. bis 31. Dez. 1906. 8. 59 S. Berlin, P. Stankiewicz. 1907. M. 3.—

Desgl. Nr. 32.

O. Hecker, Beobachtungen an Horizontalpendeln über die Deformation des Erdkörpers unter dem Einfluß von Sonne und Mond. 8. IV u. 95 S. u. VII Tafeln. Berlin, P. Stankiwicz. 1907. M. 6.—

Das erste Heft enthält eine Zusammenstellung der seismischen Störungen, die an zwei Horizontalpendeln und einem astatischen Pendelseismometer in Potsdam beobachtet wurden. Das zweite Heft bringt die Ergebnisse der Beobachtungen an 2 Horizontalpendeln, die in einer 25 m unter dem Erdboden liegenden Brunnenkammer aufgestellt und so allen Störungen entzogen sind. Die Genauigkeit der Beobachtungen ist außerordentlich hoch ausgefallen. Als Resultat ergibt sich, daß der Erdkörper der Deformation durch die anziehende Wirkung von Sonne und Mond nur wenig nachgibt, die Bewegung des Lotes erreicht $^2/_3$ des für eine absolut starre Erde berechneten Betrages. E. Przybyllok.

Berichtigung.

In meiner vorläufigen Mitteilung über Kanalstrahlen (diese Zeitschr. **8**, 589, 1907) ist ein — für jeden Kundigen sofort erkennbarer — Druckfehler stehen geblieben; es muß nämlich S. 590, Zeile 8 v. o.:

statt $c\,(\lambda_H - \lambda_\beta)\,\int \lambda_H$ heißen $c\,(\lambda_H - \lambda_\beta)\,/\,\lambda_H$.

E. Dorn.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Heidelberg der bisherige Privatdozent an der Universität Kiel Dr. August Becker.

Berufen: Der o. Professor der Physik an der Universität Münster Dr. Adolf Heydweiller zum 1. April 1908 in gleicher Eigenschaft an die Universität Rostock.

Ernannt: Der bisherige a. o. Professor der Physik und angewandten Elektrizitätslehre an der Universität Göttingen Dr. Hermann Th. Simon zum ord. Professor ebenda, der a. o. Professor der Chemie an der Universität Heidelberg Dr. August Klages zum Leiter des wissenschaftlichen Laboratoriums der Badischen Anilin- und Sodafabrik in Ludwigshafen, der Oberingenieur bei der Firma Krupp-Germaniawerft in Kiel Wilhelm Maier zum ord. Professor für Maschinenelemente, Hebezeuge und Verbrennungsmotoren an der Technischen Hochschule Stuttgart, der Privatdozent der Chemie an der Universität Krakau Dr. Ludwig Bruner, die Privatdozenten der Physik an der Universität Bonn Dr. Alfred Bucherer und Dr. Alexander Pflüger und der Privatdozent der Physik an der Universität Leipzig Dr. Erich Marx zu a. o. Professoren, die ständigen Mitarbeiter an der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in Berlin Dr. phil. E. Liebenthal und Dr. phil. Hermann Diesselhorst zu Professoren und ord. Mitgliedern derselben.

Verliehen: Dem Privatdozenten für Physikalische Chemie Dr. Kurt Arndt und den Privatdozenten für Organische Chemie Dr. Hugo Simonis und Dr. Hugo Voswinckel, sämtlich an der Technischen Hochschule Berlin der Charakter als Professor.

Rücktritt: Der Professor für Photographie an der Technischen Hochschule Dresden Hofrat Hermann Krone.

Gesuche.

Gesucht zum 1. Oktober d. J. zur Ausführung und Bearbeitung von hydrodynamischen Versuchen ein experimentell und theoretisch gewandter **Physiker.**

Prof. **Flamm,**

Charlottenburg, Königl. Techn. Hochschule.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Emil Bose in Oliva bei Danzig. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.